SISTEMATIZACION DE EXPERIENCIAS ESCOLARES EN ETNOMATEMÁTICA

ISBN 978-958-97730-3-1

PARTE 2

SISTEMATIZACION DE EXPERIENCIAS ESCOLARES EN ETNOMATEMÁTICA
Acercamiento etnográfico a la implementación del libro "Etnomatemática para los grados 4° y 5° de Básica Primaria en las escuelas de ACIMA"

2011

SISTEMATIZACION DE EXPERIENCIAS ESCOLARES EN ETNOMATEMÁTICA

Acercamiento etnográfico a la implementación del libro "Etnomatemática para los grados 4° y 5° de Básica Primaria en las escuelas de ACIMA"

Hugo Sastoque Quevedo

ASOCIACIÓN DE CAPITANES INDÍGENAS DEL MIRITÍ AMAZONAS - ACIMA

Gaia Amazonas

Ministerio de Educación Nacional
República de Colombia

SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIAS ESCOLARES EN ETNOMATEMÁTICAS

Acercamiento etnográfico a la implementación del libro "Etnomatemática para los grados 4º y 5º Básica Primaria en las escuelas de ACIMA"

ASOCIACIÓN DE CAPITANES INDÍGENAS DEL MIRITÍ PARANA
AMAZONAS - ACIMA
FUNDACIÓN GAIA AMAZONAS
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
2011

Edición para el docente

Realización: Maestros Bilingües de las Escuelas de ACIMA
Experiencias de Aula: Escuela "Imáriya" Puerto Lago Mirití - Amazonas

Asesoría Matemática y Pedagógica: Hugo Sastoque Quevedo (Fundación Gaia Amazonas)
Asesoría Lingüística y Antropológica: Camilo Robayo Romero (Universidad Nacional de Colombia)

Edición y Sistematización del taller:
German Yukuna, Aristides Letuama, Ivan Letuama, Wilson Yukuna,
con el apoyo de Anna Premauer Marroquín

Transcripción al Yukuna: Wilfredo Yukuna
Transcripción al Tanimuka: Juan Tanimuka

Edición, Diseño y Diagramación:
Anna Premauer Marroquín 2008
Emilse Londoño D. 2011

Colaboración Pedagógica: Vilma Julieta Segura (Fundación Gaia Amazonas)
Asistente de Campo: Denise Mühlberger (estudiante Universidad Nacional de Colombia)

Carátula: alumnos/as de 4° y 5° de la escuela "Imáriya" Puerto Lago

ISBN: 978-958-97730-3-1

ASOCIACIÓN DE CAPITANES INDÍGENAS DEL MIRITÍ PARANA AMAZONAS - ACIMA
FUNDACIÓN GAIA AMAZONAS
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
Bogotá, Diciembre de 2011

SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIAS ESCOLARES EN ETNOMATEMÁTICAS

Acercamiento etnográfico a la implementación del libro "Etnomatemática para los grados 4º y 5º Básica Primaria en las escuelas de ACIMA"

ASOCIACIÓN DE CAPITANES INDÍGENAS DEL MIRITÍ PARANA
AMAZONAS - ACIMA
FUNDACIÓN GAIA AMAZONAS
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
2011

CONTENIDO

PRESENTACIÓN

El documento que tiene ante Usted: **“Sistematización de experiencias escolares en Etnomatemáticas”** es la continuación del proyecto pedagógico que produjo el libro: *“Etnomatemáticas para los grados 4º y 5º de las escuelas de ACIMA”* (Asociación de Capitanes Indígenas del Mirití-Amazonas) en el año 2007. Con la propuesta de fichas guía y los ejemplos de aplicación que va a encontrar en el presente trabajo se busca complementar el ejercicio pedagógico de los docentes de ACIMA, para que ellos logren mayor consciencia de los procesos de aprendizaje de sus estudiantes a partir de la sistematización de experiencias de aula. El libro (producto del Convenio 213/07 entre el Ministerio de Educación Nacional y ACIMA) tiene como fundamento pedagógico los “Proyectos Tema”, ejercicios colectivos y abiertos de aprendizaje enfocados desde la cultura y las necesidades de las comunidades Tanimuka y Yukuna. A pesar de lo adecuado y de la riqueza del libro los primeros intentos de aplicación en las escuelas (a comienzos del 2008) dejaron ver las limitaciones de los maestros en el desarrollo de esta modalidad educativa.

El objetivo de este nuevo material es proponer unas estrategias de solución a esa situación, de manera que los docentes puedan observar y tomar conciencia de las modalidades y ritmos del aprendizaje de sus alumnos desde el comienzo mismo de la actividad de preparación y manejo de los proyectos. Las fichas de observación diseñadas para ese fin son una herramienta concreta para poder realizar el acompañamiento y seguimiento al uso del libro de Etnomatemáticas de 4º y 5º. Ellas son el resultado de un proceso de construcción y experimentación colectiva con los maestros de ACIMA. La puesta a prueba de esa herramienta se evidencia en un ejercicio de sistematización de experiencias de aula en una de las escuelas de ACIMA, como se ilustra detalladamente al final del trabajo.

Este libro consta de tres partes: En la primera se hace una presentación general de las distintas exigencias del modelo pedagógico propuesto por ACIMA, sin las cuales el docente tendrá grandes dificultades para saber qué y cómo enseñar; también se presentan y explican las etapas del proceso de enseñanza-aprendizaje, y cada una de ellas se ilustra en una ficha de seguimiento y sistematización de experiencias de aula. En la segunda parte se hace el recuento reflexivo del Taller para la construcción de la metodología de seguimiento y sistematización. En la última parte se muestra la aplicación de las fichas de seguimiento en tres experiencias de aula realizadas en la escuela de Imáriya (Puerto Lago, sobre el río Mirití.). Con base en las fichas se sistematizan Proyectos Tema en los ejes de sistemas numéricos, lógica y geometría.

El orden de las actividades que permitieron realizar este trabajo fue el siguiente: la propuesta de guía para el Taller fue presentada a los maestros de ACIMA luego de ser discutida conjuntamente entre Hugo Sastoque (asesor pedagógico matemático de la Fundación Gaia Amazonas), Camilo Robayo (antropólogo, doctor en etnolingüística y profesor de la Universidad Nacional de Colombia) y el Ministerio de Educación Naciónal – MEN. Esa propuesta se llevó al taller y fue la guía para la construcción y experimentación con los maestros de ACIMA, de la que surgen las fichas de observación y seguimiento de los procesos de aprendizaje en el aula. Una vez terminado el Taller, el equipo de docentes de ACIMA participantes en el Taller: Arístides Letuama, Germán Yukuna, Iván Letuama y Wilson Yukuna sistematizaron los resultados y elaboraron el informe aquí presentado –por eso en el texto hablan como: *"nosotros los docentes…"* La artista plástica y promotora cultural Anna Premauer, después de apoyar el taller asesoró al grupo de docentes sistematizadores. Anna asistió a la sistematización de las experiencias de aula, la documentó y preparó la edición de todo el trabajo. La diagramación final que ella logró permite apreciar y disfrutar de toda la riqueza de esta experiencia. La acompañó en el trabajo de sistematización Julieta Segura de la Fundación Gaia Amazonas.

La propuesta de fichas para sistematización y seguimiento se aplicaron en la escuela Imáriya. En esa aplicación participaron el asesor Hugo Sastoque (Asesor pedagógico Fundación Gaia Amazonas), los docentes Wilfredo Yukuna, Benedicto Tanimuka, Juan Tanimuka, y las y los estudiantes de tercero a quinto grado de primaria de Imáriya, en Puerto Lago, sobre el río Mirití. Por su parte el profesor Sastoque elaboró la síntesis de esta aventura pedagógica emprendida con los docentes de ACIMA, su trabajo teórico-metodológico da inicio a este material.

Para la realización de este proyecto fue importante el apoyo del Ministerio de Educación Nacional - MEN, agradecemos las recomendaciones de su equipo de profesionales que contribuyeron a la organización del libro. El taller, el seguimiento y la ejecución del proyecto contaron con el apoyo oportuno y generoso de los asesores y miembros de la Fundación Gaia Amazonas, tanto en Bogotá, como en Leticia y La Pedrera; la Universidad Nacional de Colombia puso a disposición del proyecto al profesor Camilo Robayo.

Bogotá, Diciembre de 2011

INTRODUCCIÓN

La organización ACIMA ha adoptado unos lineamientos pedagógicos (ACIMA 2005) que buscan partir de la cotidianidad, las necesidades y el conocimiento local, como base para proyectar la escuela hacia el conocimiento que conduce a una integración como nación. Esta decisión busca que la escuela sea una forma de autoafirmación y de reconocimiento de la identidad indígena y un camino hacia la interculturalidad. La opción pedagógica de Proyectos Tema[1] fue tomada por ACIMA para cumplir con dichos fines como lo ilustra el libro de Etnomatemática para los grados 4º y 5º de las escuelas de ACIMA.

La experiencia de construcción del libro de Etnomatemática fue elocuente para mostrar cómo superar ciertos prejuicios que algunos docentes tenían sobre los Proyectos Tema (PT): "eso es para los grados iniciales"; "eso está bien para lo de nosotros pero después hay que volver a los libros de texto de las escuelas nacionales…"; Eso no conduce al conocimiento escolar en toda su complejidad"… Luego de plantear y desarrollar los proyectos y la propuesta pedagógica consignada en el libro, la convicción unánime fue que explorando lo propio se podía llegar a los temas y a las competencias del conocimiento escolar de la básica primaria. La responsabilidad del docente para conseguir esos resultados apareció en primer plano: él mismo debe tener espíritu investigativo, promover y alimentar la curiosidad de los estudiantes, tanto como la suya propia, hacer balances periódicos de los objetivos alcanzados y evaluar los acercamientos y las distancias entre las preguntas o problemas iniciales y los objetivos de aprendizaje de acuerdo a las edades y a los grados escolares.

1. Proyecto pedagógico o proyecto tema es una propuesta de construir conocimiento en la escuela a partir de una pregunta o un problema concreto que interesa a la comunidad educativa. La búsqueda colectiva de respuestas y perspectivas de análisis permite exploraciones diversas, integración de áreas y experiencias de descubrimiento, comunicación, discusión y participación colectiva en la interpretación, evaluación y sistematización del conocimiento desarrollado. El proyecto está abierto a toda clase de consultas y experimentaciones acordes con las edades y desarrollo de los escolares, de manera que es una iniciación a la autonomía, crítica y en general al poder creativo y transformador de los sujetos a partir del conocimiento.

La fascinación con el libro y sus proyectos abrió paso poco a poco a los verdaderos desafíos que encierran las pedagogías activas como los PTs. Ese material ya no podía usarse como los libros de texto escolar tradicionales, con los que el docente dictaba o hacía repetir definiciones y seguir los ejercicios mecánicamente.

Las dificultades encontradas indicaban que una nueva actitud y nuevas estrategias eran necesarias: había que entender los intereses de los escolares, identificar y propiciar sus habilidades individuales e invitar a que cada uno participara de acuerdo a esas habilidades en una búsqueda colectiva del conocimiento. El docente no sólo tenía que conocer su asignatura, debía entender cómo eran los procesos vividos por sus estudiantes durante el acercamiento y apropiación de temas, herramientas y conceptos.

EL MÉTODO ETNOGRÁFICO APLICADO AL AULA DE CLASE

La observación e interpretación del comportamiento, roles, situaciones, creencias y procesos de comprensión de los grupos de personas es uno de los objetivos que definen al método etnográfico (Geertz, 1973). Por la acogida que ha tenido esta metodología en la educación, incluso en la enseñanza de las matemáticas (IDEP, Instituto para la Investigación Educativa y el desarrollo Pedagógico 2005) y por ofrecer una solución a los vacíos pedagógicos detectados, ACIMA le propuso al MEN un proyecto con ese enfoque. El objetivo era lograr que sus docentes se sensibilizaran, aprendieran a identificar y promovieran los procesos de aprendizaje de sus escolares, a partir de la aplicación y seguimiento de PT (Proyecto Tema).

Aplicar la etnografía para conocer una situación escolar significa concentrarse en las acciones y los participantes que se encuentran en el espacio del aula, durante una clase o durante el desarrollo de una temática. El investigador observa cómo se ocupa el espacio, cuáles son los comportamientos y motivaciones, cómo se organiza la toma de la palabra, cuáles y cómo son las expresiones verbales y no verbales, el tipo de tareas que se emprenden, y en general las acciones y expresiones de las personas que se encuentran en el aula. Se identifican los roles y las actitudes de los participantes frente a tareas y situaciones específicas, y con base en esos datos se establecen las pautas a las que obedecen las relaciones sociales (categorías, jerarquías, formas de relacionarse…). Se analizan las observaciones para interpretar cuáles son los mecanismos, motivaciones, las lógicas y los sentidos que caracterizan la dinámica del grupo. Más precisamente el objetivo es caracterizar los modos de participación del grupo escolar (docente y alumnos) en la consecución de los objetivos de aprendizaje.

El docente debe aprender a observar las acciones y expresiones de los alumnos, debe lograr identificar sus motivaciones y actitudes, e interpretar con detalle cómo entienden y cómo reaccionan a los temas y a sus momentos de desarrollo. Y debe tener en cuenta que él mismo como docente es parte central del grupo y que sus acciones y comprensión también siguen unas pautas que debe identificar pues los estudiantes las repiten, reaccionan contra ellas o pueden aprovecharlas para ser críticos y creativos.

EL TALLER PARA EL DISEÑO DE LA METODOLOGÍA

Con el enfoque definido, se propuso una guía de trabajo para que en un taller los docentes identificaran los problemas de su actividad docente y entraran en contacto con las herramientas de la metodología etnográfica, como vía para construir soluciones. Un primer ejercicio de observación e interpretación buscó poner en evidencia algunos de los problemas pedagógicos y alternativas de solución: se pidió a los docentes que por grupos dramatizaran unas clases o momentos de aprendizaje que hubieran vivido, con sus deficiencias o ventajas. Del análisis y discusión colectiva que se hizo después, se identificaron varias situaciones típicas: autoritarismo del docente; respeto por el interés y la participación del alumno; falta de coherencia del docente para manejar un tema; el docente discursivo y de tablero que no deja participar a sus alumnos, y el uso del contexto natural de aprendizaje. La tipificación de las anteriores situaciones le permitió al grupo identificar que efectivamente esas prácticas constituyen y funcionan como "modelos pedagógicos" y a partir de ellos se puede definir una dirección para la búsqueda de alternativas.

Ese primer ejercicio condujo a hacer visible y a comprender algunas de las variables del proceso educativo. Para reconocer que la observación era una estrategia fundamental, se pasó a una segunda actividad: analizar figuras ambiguas y curiosas, para poner en evidencia los diversos condicionamientos de un observador: que tiene unos valores y unos hábitos, que su disposición, intereses y motivaciones son variables, que él mismo es actor y no "ve" muchos efectos de sus actos. Este ejercicio abrió la discusión y generó una autocrítica sobre cómo influyen los propios patrones culturales, los prejuicios heredados o desarrollados por uno mismo, sobre algo tan "natural y objetivo" como observar una lámina o una situación. Frente a estos resultados se hizo necesario proponer unas exigencias claras para el proceso de observación: saber cuál es su objeto y cuáles sus especificaciones. Como respuesta se diseñó un instrumento, una tabla para anotar cuidadosamente las observaciones que se iban a dirigir y detallar sobre lo que pasaba en el aula durante el proceso de enseñanza–aprendizaje.

En cada equipo de trabajo se escogió una persona para que aplicara la ficha de observación, el primer instrumento del método etnográfico. Dado un Proyecto Tema, el observador de la dinámica del grupo debía usar la ficha para anotar los comportamientos de los miembros, su forma de participar en la discusión y en el desarrollo del proyecto, para con ello identificar las diferentes maneras, los factores y causas del estancamiento, avance o solución de las preguntas del PT. Cada observador de grupo hizo la presentación de su ficha, sugirió ajustes o mostró nuevas formas de registro (carteleras, dibujos, informes) del proceso de resolución del PT.

Durante el recuento de esas experiencias aparecieron algunas de las variables de los "modelos pedagógicos": pasividad de unos, desarrollo natural del aprendizaje, riqueza de la participación, dificultad para sistematizar resultados… En fin, se pudo discutir cuáles eran los factores que habían incidido en los logros o en los problemas, pero para entender esa dinámica resultó muy significativo organizar unos momentos o fases en el desarrollo del PT. Si se trata del inicio del trabajo, hay que presentar el problema, compartir experiencias previas y formular preguntas sobre él. Otro momento es buscar evidencias y representar aspectos del problema para poder observarlo. Luego se hacen manipulaciones y mediciones sobre la representación. Con los resultados de la manipulación se pueden comenzar a proponer ideas sobre las características o propiedades del tema y luego se proponen conjeturas sobre el porqué de lo observado. Cada etapa exige acciones particulares, formas específicas de participación, pone en acción distintas habilidades de los participantes, de manera que el docente debe hacer las preguntas adecuadas, conceder los tiempos necesarios y buscar los recursos apropiados, sugerir actividades y comentarios oportunamente de acuerdo con las etapas correspondientes.

LA SISTEMATIZACIÓN

En ese momento del taller, se había reconocido la importancia de las estrategias de observación y estaban listas las fichas para cada etapa de desarrollo de los proyectos tema. Tomadas en conjunto se pudo definir y precisar en qué consistía el trabajo de sistematización de experiencias de enseñanza-aprendizaje: que el docente logre identificar, a través de los comportamientos, expresiones de sus estudiantes durante las fases de desarrollo del trabajo pedagógico, los estados y caminos del pensamiento en los estudiantes, con el fin de intervenir productiva y oportunamente para favorecerlos.

El paso siguiente a la construcción de las fichas fue aplicarlas en la escuela de Imáriya, sobre el río Mirití, para hacer el seguimiento de tres proyectos, dos sobre razonamiento lógico y uno de geometría. Los profesores Benedicto Tanimuka, Wilfredo Yukuna y Juan Tanimuka realizaron las clases. En colaboración con el asesor Hugo Sastoque aplicaron las fichas de observación y discutieron en detalle el avance y las dinámicas que surgían a lo largo de cada actividad. El resultado muestra una reflexión detallada sobre los conocimientos iniciales que presentan los alumnos al momento de plantearse el tema. Luego se siguen y documentan los modos en que ellos representan e interpretan los aspectos de cada tema. A partir de ahí, gracias a las exploraciones, manipulaciones, discusiones y experimentaciones propuestas, los docentes pueden documentar en las fichas y lograr un seguimiento e interpretación de las reflexiones, modos de apropiarse de los temas, intentos de explicación, soluciones aparentes y aciertos, las discusiones y los cambios conceptuales vividos por los alumnos.

Puesto que se han presentado las temáticas y propósitos de cada parte del libro, es tiempo para que el lector decida por donde quiere empezar.

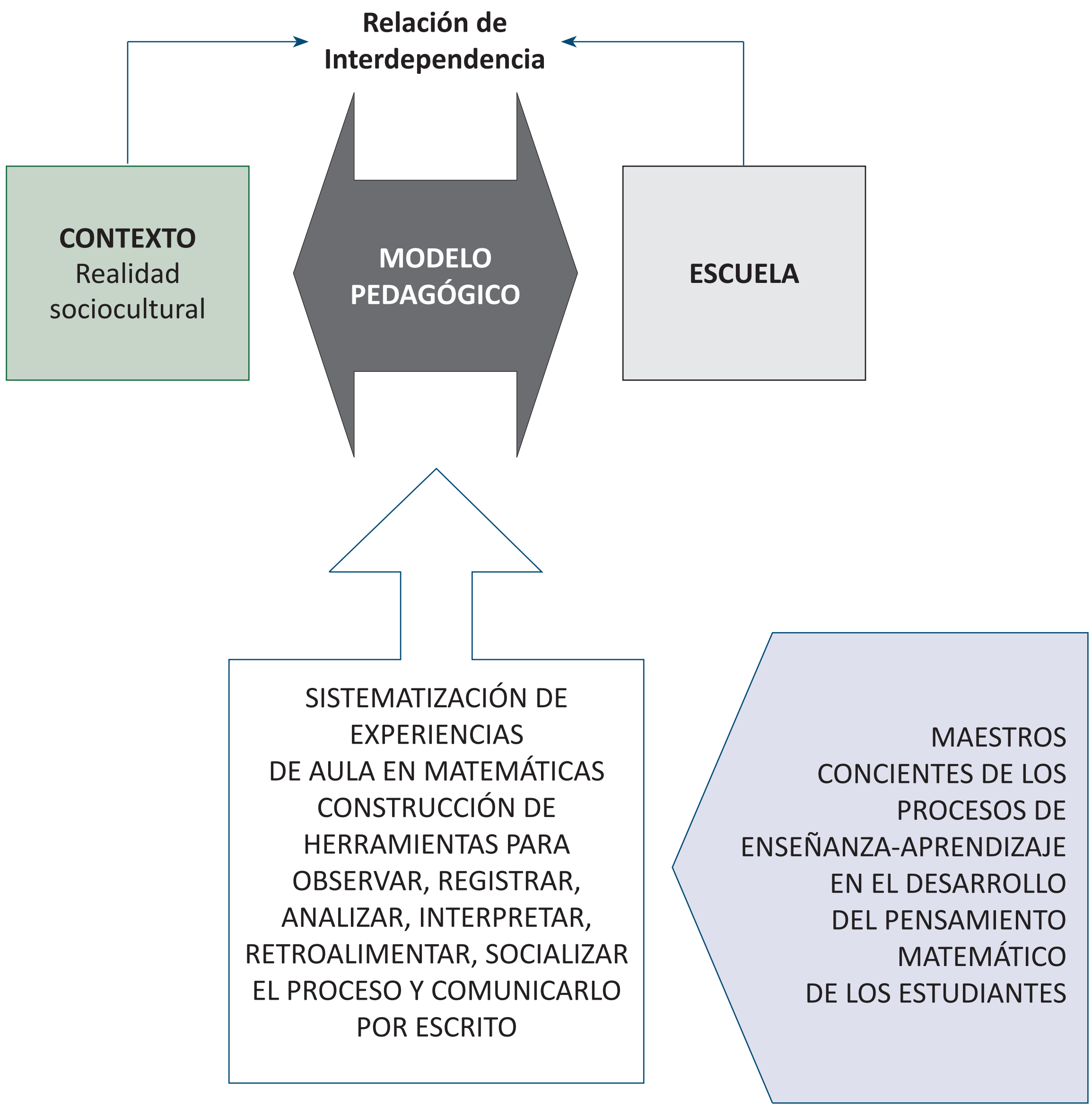
FUNDAMENTACIÓN DEL MODELO DE SISTEMATIZACIÓN

HACIA UN MODELO DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIAS ESCOLARES

1. "REFLEXIÓN SOBRE MI LABOR DOCENTE"

1.1 Modelo pedagógico

En la educación básica toda manera de actuar e interactuar en el espacio escolar pone en evidencia una concepción y una razón de ser de la escuela, significa entre otras cosas que las prácticas escolares se caracterizan porque les subyace un modelo pedagógico que moviliza los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, dado que los modelos pedagógicos ofrecen diferentes caminos y propósitos para la formación escolar, es necesario determinar el modelo que esté acorde con los lineamientos culturales, políticos y pedagógicos de la propuesta educativa de ACIMA. Si no es claro el modelo pedagógico que orienta el sentido de la escuela y la formación de los estudiantes, en vano se hablaría de que los docentes puedan sistematizar experiencias de aula.



Lo anterior; expresado de manera concreta quiere decir que el docente debe tener una actitud y una disposición filosófica, política, cultural, pedagógica e incluso psicológica para asumir el modelo pedagógico que se desea aplicar en las Escuelas Comunitarias. Sin la incorporación de estos aspectos a su práctica escolar no es posible generar las dinámicas y los cambios que se necesitan para mejorar los procesos de aprendizaje de los escolares, en particular en lo relacionado con el desarrollo del pensamiento lógico matemático correspondiente Al núcleo de Etnomatemáticas. En la siguiente tabla se establecen los roles políticos, culturales y pedagógicos que deben asumir los docentes de ACIMA para lograr poner en práctica el modelo pedagógico.

POLÍTICO	CULTURAL	PEDAGÓGICO
Desde su práctica él contribuye a que se reconozca a nivel local, departamental y nacional las visiones y propuestas educativas de los indígenas.	Los docentes deben utilizar como medio de comunicación de los conocimientos escolares la lengua materna (yukuna y tanimuka), incluyendo los conocimientos matemáticos occidentales.	El docente ante todo es un investigador que trabaja con la comunidad para mejorar la calidad educativa de los niños/as de la asociación.
Contribuye desde su práctica y desde la matemática a la formación de los futuros líderes que van a administrar las Entidades Territoriales Indígenas.	Es necesario que comprendan y vivan la cultura propia y logren acercamientos con los tradicionales para poder construir con ellos estrategias para iniciar las prácticas escolares desde la perspectiva cultural.	Su tarea es generar los ambientes pedagógicos adecuados para que los estudiantes puedan desarrollar todas sus potencialidades. En términos culturales debe contribuir desde su saber para ayudar a despertar la curación rimaná de los estudiantes.
Debe asumir con responsabilidad, compromiso y seriedad el Proyecto educativo comunitario de ACIMA, el currículo y el plan de estudios.	Su práctica debe estar en función de la valoración, el fortalecimiento y la recuperación de la cultura, incluyendo los conocimientos matemáticos.	Debe ser crítico frente a las propuestas educativas que se imponen desde afuera y afectan las dinámicas culturales. Además debe estar en permanente formación pedagógica.

El esquema de la página anterior indica que según el tipo de relación que se establezca entre la escuela y el contexto sociocultural se definirá un modelo pedagógico que dé cuenta de las dinámicas de enseñanza y aprendizaje escolar privilegiadas por la cultura. Además se asume que desde la práctica formal e institucionalizada del proceso de enseñanza y aprendizaje se consigue formar política, social y culturalmente al estudiante. Como las relaciones que se pueden construir entre contexto social y escuela son variadas, también lo son los modelos pedagógicos que se asocian a estas relaciones, incluyendo el sentido del aprendizaje de las matemáticas. Las siguientes son relaciones posibles que se dan entre escuela y contexto social:

- La escuela es una entidad independiente del contexto social: lo que sucede en la escuela nada tiene que ver con lo que sucede en el contexto y viceversa. El modelo pedagógico asociado aquí propone una enseñanza cerrada en si misma cuyos propósitos, contenidos y metodologías no trascienden fuera de la vida escolar aislada, abstracta y reducida a estudiantes-docente. En esta perspectiva las matemáticas no sirven para entender el mundo de afuera o externo a la escuela, y serian un conjunto de abstracciones simbólicas sin significado práctico y sin ningún tipo de relación con lo que sucede socialmente.

- El contexto sociocultural es producto de la escuela: esta relación conduce a pensar que la vida social y cultural se organiza con base en lo que se decida en la propuesta educativa escolar. El modelo pedagógico asociado seria un modelo que impone un autoritarismo basado en el poder del conocimiento universal, ya sea en el caso del Estado o de un grupo social que desee imponer su autoridad y poder, desde el ámbito educativo escolar. En esta perspectiva los contenidos y la utilidad de las matemáticas se definen desde la escuela por el sistema educativo del Estado a través de los estándares o de un grupo que impone sus verdades matemáticas y lógicas al contexto social y cultural.

- La escuela está determinada por el contexto social: en esta relación los contenidos y metodologías de la escuela están determinados por lo que socialmente se considere necesario: es el contexto social el que decide la utilidad social de lo que se debe enseñar en la escuela. El modelo pedagógico generalmente está asociado con el aprendizaje de procedimientos prácticos y técnicos que sirven para resolver tareas y exigencias del contexto, orientadas a oficios y beneficios materiales. En esta perspectiva los contenidos matemáticos que se aprenden en la escuela son los que socialmente se consideran útiles y sirven para resolver tareas rutinarias y mecánicas, es decir es la matemática de los algoritmos prácticos.

- El contexto social y la escuela son interdependientes: En esta relación se ha construido una relación de reciprocidad entre el contexto social y escuela, donde ambas se transforman mutuamente. En esta manera de concebir lo social y lo educativo no existe una imposición de la una sobre la otra sino que se privilegia una mirada crítica y constructiva de crecimiento sociocultural aportando desde ambas vías. Las matemáticas se definen desde los procesos de desarrollo cognitivos, creativos y valorativos de los estudiantes, dados desde la escuela y desde los lineamientos ministeriales de las matemáticas y los conocimientos socialmente deseados por el contexto social o la comunidad local.

De todas las posibilidades enunciadas, la opción educativa de ACIMA establece que la relación a construir es la de interdependencia, puesto que pedagógicamente se quiere construir un proceso de aprendizaje significativo y contextualizado. Desde esta perspectiva la escuela no puede ser ajena ni indiferente a lo que sucede en el entorno y viceversa. Por el contrario, los dos espacios se necesitan mutuamente para mejorar sus prácticas sociales y educativas. La escuela debe estar al tanto de lo que sucede en el contexto y, partiendo de sus problemáticas, necesidades y deseos, organizar sus lineamientos y prácticas curriculares. Igualmente para lograr un contexto más significativo y una mejor convivencia social, la educación escolar debe promulgar desde sus contenidos y metodología una manera propositiva y creativa de pensar, vivir y actuar en el contexto.

Para hacer más entendible el modelo pedagógico asociado con la relación de interdependencia entre la escuela y el contexto es necesario responder a tres preguntas que orientan y facilitan a los docentes la aplicación del modelo, las preguntas son: ¿A qué hace referencia el modelo pedagógico y cuál es su importancia en los procesos de aprendizaje? ¿Qué propósitos se deben tener en cuenta en el modelo pedagógico para lograr mantener la interdependencia entre el contexto, la escuela y el núcleo temático de Etnomatemáticas? y ¿Cuál es la actitud filosófica, política, cultural, pedagógica y psicológica que necesitan asumir el estudiante, el docente y la comunidad de ACIMA para que funcione el modelo pedagógico? Aunque en ese caso se aplicará para el núcleo temático de Etnomatemáticas, vale reconocer que su importancia, sus propósitos y las actitudes que se asumen, son aplicables a todos los núcleos temáticos definidos en el plan de estudios de ACIMA.

En cuanto a la primera pregunta se puede decir que el modelo pedagógico tiene importancia para el docente porque establece: a) Una manera de hacer explícitos todos los factores que influyen en la organización de una clase, como contenidos, metodologías, evaluaciones y relaciones de autoridad; b) Una manera de visibilizar los mecanismos del proceso de enseñanza y aprendizaje, como son los protocolos, los énfasis, las rutinas en la construcción de conocimiento, y los tipos de interacciones entre los factores, así como las relaciones de poder; c) Una herramienta conceptual que permite explicar pedagógicamente lo que sucede en los espacios de clase en términos cognitivos y psicosociales; d) Una teoría que ayuda a entender, predecir y reconceptualizar las dinámicas escolares. En las Escuelas Comunitarias de ACIMA el modelo pedagógico está referenciado en la propuesta educativa de Proyectos Tema.

Sin embargo, el modelo pedagógico se ha entendido como un procedimiento o unos pasos a seguir para desarrollar un Proyecto Tema, pero no se han explicado los propósitos que el docente debe tener en cuenta en su práctica escolar. En ese sentido y respondiendo a la segunda pregunta, es importante mencionar que en cualquier situación de aprendizaje, la aplicación del modelo pedagógico como Proyecto Tema debe tener en cuenta los siguientes propósitos de formación: a) Articular el contexto sociocultural con los contenidos curriculares y el plan de estudios de Etnomatemáticas; b) Iniciar el proceso de aprendizaje a partir de situaciones problemáticas identificadas en el contexto; c) Desarrollar el pensamiento lógico matemático del estudiante, modo de aprendizaje basado en la comprensión y no en la memorización, en la creación y no sólo en la repetición; d) Construir conocimiento significativo a partir de los saberes, el razonamiento y la experiencia propia del estudiante; el docente no se debe limitar a dictar clase y a repetir mecánicamente lo que está en los libros y e) Generar procesos de investigación donde se explore el entorno, la cultura y la participación comunitaria.

En cuanto a la tercera pregunta, relacionada con las actitudes políticas, filosóficas, pedagógicas,…, que se espera de los docentes, los estudiantes y la comunidad, se puede responder especificando los roles y las relaciones a asumir por cada uno de los participantes y los factores que influyen en el proceso educativo: a) docentes, b) estudiantes, c) comunidades; d) la realidad y el conocimiento; y e) la investigación y la sistematización. La definición de los roles y las relaciones entre los anteriores factores estructuran el modelo pedagógico (Proyecto Tema Generalizado), entendido como la dinámica del proceso de aprendizaje escolar para la construcción de conocimiento escolar significativo. La tabla que se presenta a continuación específica los roles que deben asumir los agentes y factores más relevantes del proceso educativo escolar.

1.2 Roles de los agentes y factores del proceso educativo escolar

ROL DEL ESTUDIANTE	ROL DEL DOCENTE	ROL DE LA REALIDAD Y EL CONOCIMIENTO	ROL DE LA INVESTIGACIÓN Y LA SISTEMATIZACIÓN
Participante propositivo	Observador participante	La realidad no es objetiva, ni universal, es construida culturalmente	La investigación es de carácter cualitativo y etnográfico
Es investigativo	No es autoritario	El conocimiento escolar es construido por los sujetos	Los resultados deben repercutir en el contexto donde se originó la investigación
Dinámico	No es permisivo	El conocimiento es la base para la supervivencia	Debe ser un proceso de construcción entre la comunidad, el estudiante y los docentes
Interesado en aprender	Tiene autoridad	El conocimiento debe ser referido a la realidad	Debe mejorar los procesos de aprendizaje en la escuela
Participativo	Es Investigador	Explica nuestra experiencia con el mundo	La sistematización es una forma organizada de comprender lo que sucede en las clases
Propositivo	Establece en la clase relaciones reciprocas	Se aplica a la realidad para resolver problemas	Permite tener de forma escrita aspectos importantes de lo que sucede en las clases
Creativo	Es participativo y recursivo	Produce realización en el ser humano	Es una forma de representación que facilita el análisis de la información escolar
Buen razonador y pensador	Es creativo	Plantea problemas que se constituyen en objetos de estudio.	

Autónomo	Planea sus clases		
Tiene confianza en sus capacidades	Propone actividades acordes con el contexto		
Tiene capacidad para trabajar en grupo	Es un moderador animador y un ctivador en sus clases		
Sabe tomar decisiones	Logra comprender los procesos de enseñanza aprendizaje que se dan en el estudiante. Comprende la psicología del estudiante (niño). Comprende el desarrollo social cognitivo del niño. Comprende la cultura humana donde se mueve el niño.		
Comprende y sabe lo que hace			
Transformador de la realidad			

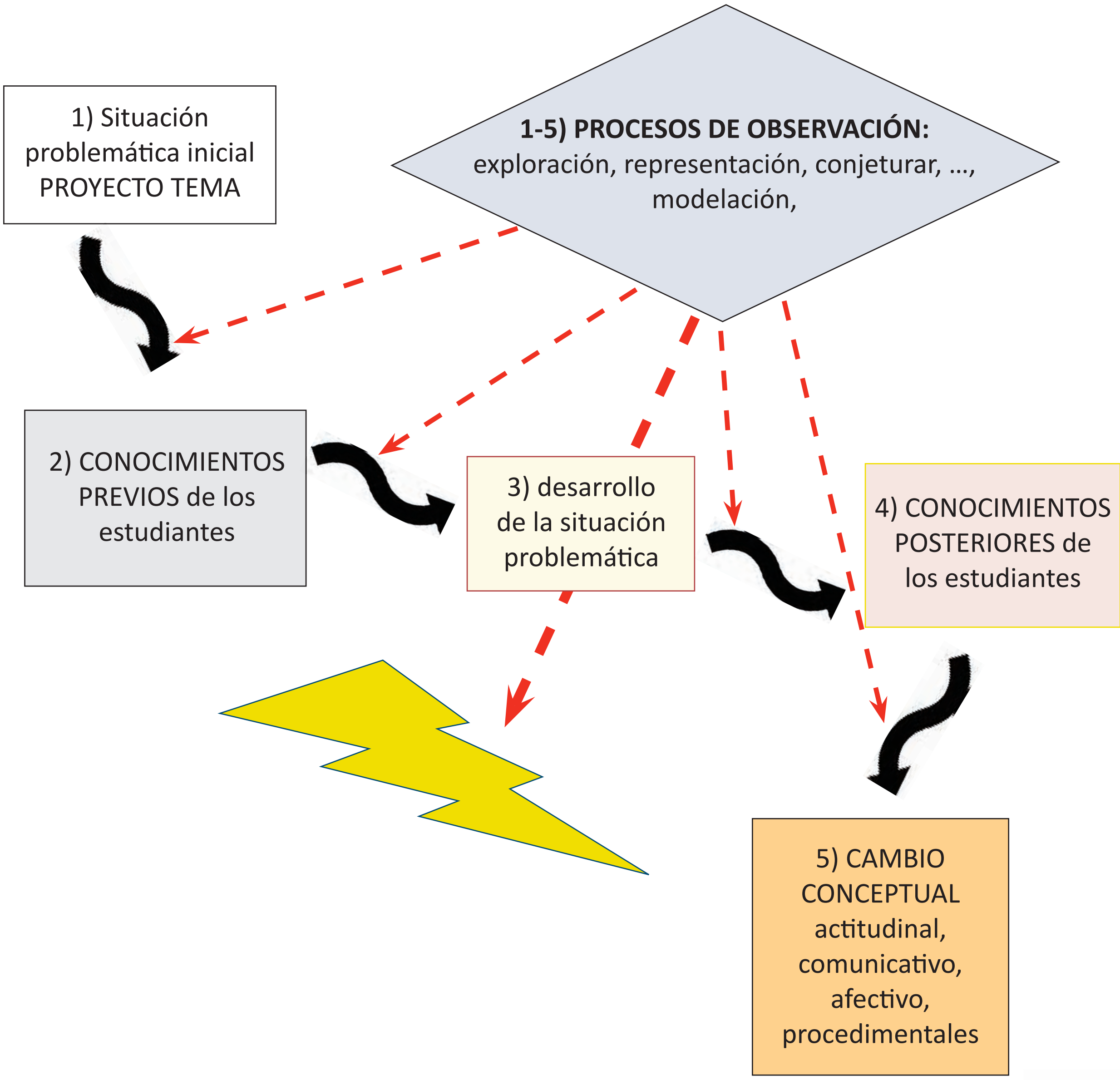
2. FACTORES A TENER EN CUENTA PARA ENTENDER LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN ETNOMATEMÁTICAS

2.1 La dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje para la construcción de conocimiento escolar significativo

Una vez establecida la importancia del modelo pedagógico, los propósitos del modelo pedagógico y de los roles que deben asumir los agentes del proceso educativo en la aplicación del modelo pedagógico (Proyecto Tema), es necesario responder a la siguiente pregunta para entender adecuadamente la dinámica escolar: ¿Cuál es el procedimiento a seguir en el espacio de clase para hacer efectivo el proceso de enseñanza aprendizaje en la construcción de conocimiento?

Es fundamental entender el procedimiento o ruta de aprendizaje durante la construcción de conocimiento escolar significativo. En el procedimiento se especifica el camino a seguir para lograr el desarrollo de una clase contextualizada y significativa para los docentes, los estudiantes y la comunidad.

En el siguiente esquema, que se inspira de algunas ideas de Smith (1992) y Tamayo, A (1999), se quiere mostrar paso a paso la ruta a seguir durante el



desarrollo de una experiencia de clase que tiene como objetivo la construcción de conocimiento significativo. De acuerdo con el modelo pedagógico, y en lo que tiene que ver con la dinámica escolar, se define una ruta de aprendizaje que consta básicamente de cinco pasos: 1) Selección de una situación problemática a partir de la elección de un problema planteado en el proyecto tema; 2) Identificación de los conocimientos previos de los estudiantes en relación con la situación problemática; 3) Desarrollo de la situación problemática a partir de las actividades planeadas en el proyecto tema; 4) Identificación de los conocimientos posteriores del estudiante, o logros alcanzados de acuerdo con el proyecto tema; 5) Determinación del cambio conceptual, actitudinal, afectivo, comunicativo y procedimental del estudiante (comparación entre lo que sabía al iniciar el proyecto y lo que sabe al terminar el proyecto.)

Cada paso del proceso se desarrolla en un tiempo diferente, pero en el orden de la secuencia numérica; además entre los pasos existe una relación causal o por lo menos se pueden establecer correlaciones entre estos. En la ruta de aprendizaje existe un "paso" que es continuo y permanente durante todo el desarrollo de la clase, y se establece como "paso" 1-5: representa el monitoreo u observación de todo cuanto sucede en los otros pasos. Este "paso" de monitoreo u observación que está bajo la responsabilidad del docente investigador se constituye en la condición más relevante para iniciar el proceso de sistematización de las experiencias de aula. Con buenos métodos, instrumentos y herramientas de monitoreo u observación es posible comprender y mejorar los procesos cognitivos que caracterizan el desarrollo del pensamiento matemático.

Hasta el momento se han respondido cuatro preguntas que permiten entender cómo deben proceder los docentes para aplicar el modelo pedagógico o proyecto tema en los procesos de enseñanza aprendizaje. Enfatizando, lo que se pretende con este recorrido es que los docentes comprendan e incorporen en sus prácticas escolares el modelo pedagógico propuesto por ACIMA. Si el docente no tiene sensibilidad, conciencia y actitud para asumir la propuesta educativa de forma política, filosófica y pedagógica, no es posible avanzar en la formación de un docente investigador y sistematizador de experiencias de aula. Entender la concepción del modelo pedagógico significa saber la importancia del modelo, los propósitos del modelo, los roles que deben asumir los agentes educativos, y conocer y asumir el procedimiento o ruta de aprendizaje en el espacio escolar.

Respondiendo a la primera pregunta, una vez el docente asuma una posición firme frente a la propuesta educativa de ACIMA y se esfuerce por comprender conceptual y prácticamente el modelo pedagógico; se puede decir que es el momento oportuno para pasar y profundizar en el “paso” 1-5, es decir en lo relacionado con el proceso de monitoreo y observación. Como ya se anotó arriba este paso propicia la actividad formal de sistematización, y es uno de las hábitos que debe lograr el docente investigador para realizar un proceso confiable de observación; y viceversa, si se establece un buen instrumento de observación se puede lograr una buena sistematización.

Para poder entender en qué consiste el proceso de sistematización es necesario responder cuatro preguntas:1) ¿Qué es la observación?; 2) ¿Qué es la sistematización?; 3) ¿Cuáles son los pasos para realizar una sistematización?; y 4) ¿Cuáles son los instrumentos a construir para realizar una sistematización? Darles repuesta implica por un lado introducirnos en el marco conceptual del modelo pedagógico, y por otro analizar los primeros intentos de sistematización de experiencias que se realizaron cuando se resolvieron situaciones problemáticas con los docentes y estudiantes de ACIMA. Se estudiarán en orden las preguntas, teniendo en cuenta que entre ellas existen muchas relaciones o mejor, estableciendo que la propuesta de sistematización se estructura con base en ellas.

2.2 PROCESOS DE OBSERVACIÓN: ¿QUÉ, PARA QUÉ Y CÓMO OBSERVAR?

En relación con esta pregunta, según la concepción del modelo pedagógico, la realidad no es objetiva sino que es una construcción cultural. Esta afirmación tiene serias implicaciones en el acto de observar y por lo tanto en lo que se entenderá por observación. Sostener que nos movemos en una “realidad no objetiva” tiene varias implicaciones para el acto de conocer y para la definición del concepto de observación:

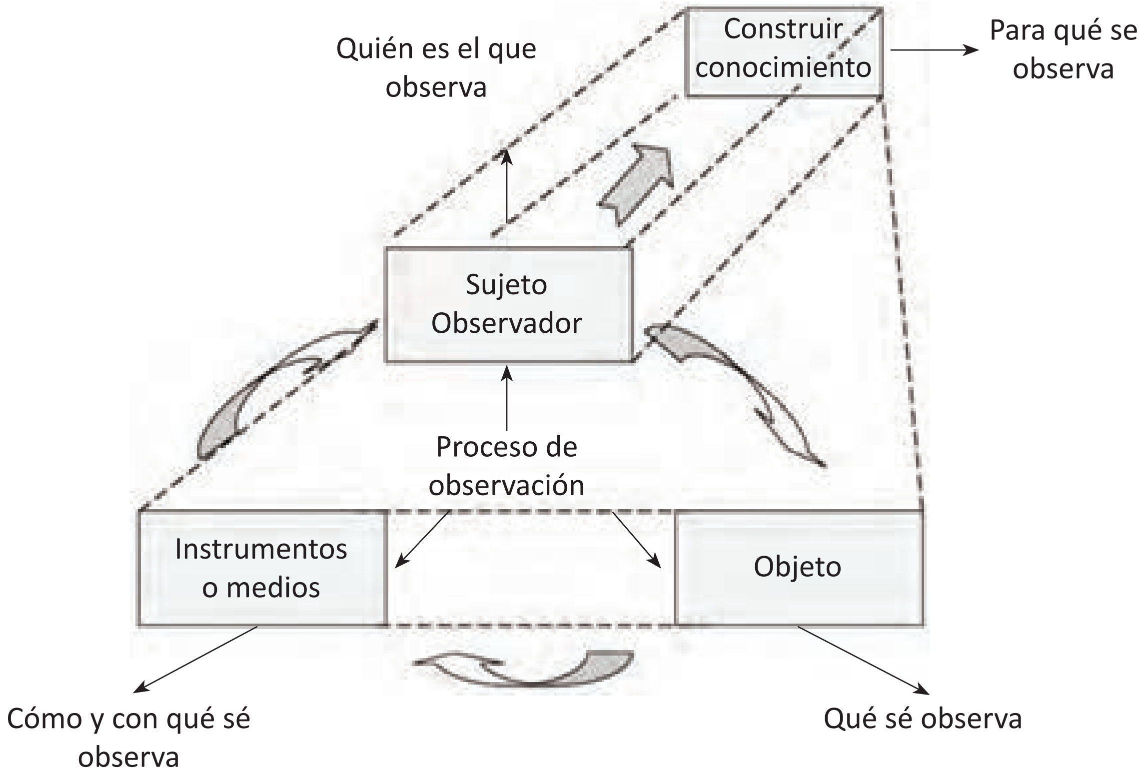
- No existe un lugar privilegiado para ver el mundo, desde el cual se vean verdades universales, sino por el contrario cada sujeto y cada cultura tienen su propia manera de ver lo que es real y verdadero. Incluso en matemáticas no existe una única matemática sino muchas matemáticas MEN (1998), de ahí la Etnomatemática.

- El acto de observar afecta el objeto que se observa, es decir no existe ninguna observación pura, el solo hecho de mirar un objeto introduce nuestros prejuicios y creencias en la descripción de este. Un ejemplo podría ser cuando miramos algo que se parece a un circulo y decimos eso es un circulo, el cual mirado en mayor detalle evidencia imperfecciones, y si se continua mirando en mayor detalle no hablaríamos de un circulo sino de un conjunto disperso de puntos.

- Lo que llamamos realidad es en gran medida una construcción mental del ser humano, la realidad no existe independiente de la mente. Somos nosotros los que damos existencia y realidad a las cosas a partir de las definiciones y conceptos que construimos de ellos. Desde esta perspectiva las matemáticas no tienen existencia propia sino que son el producto de nuestras construcciones mentales.

Se podrían establecer muchas más implicaciones sobre el acto de observar desde esta concepción filosófica de la realidad no objetiva. Sin embargo, con lo dicho es suficiente para definir lo que es la observación de acuerdo con este marco conceptual. En este sentido, Bruner, J. (1997) plantea que "la observación es una construcción mental que realiza un sujeto (observador) al interactuar con los "objetos" del mundo a los que denomina realidad, con el objeto de construir conocimiento organizado sobre los mismos". En las experiencias realizadas con los docentes durante en el taller de observación ACIMA (2008) se llegó a la siguiente definición: "la observación debe ser asumida como un acto voluntario e intencionado de un observador que mira agudamente y con atención un "objeto" para describirlo, hacer inferencias y valoraciones respecto a su comportamiento, estructura y naturaleza".

Las dos definiciones además de ser complementarias tienen en cuenta cuatro aspectos comunes que estructuran y definen el proceso de observación. El primer aspecto establece que para observar se necesita un observador: el sujeto. El segundo aspecto establece que se necesita algo a observar: el objeto. El tercer aspecto establece que debe existir un medio o instrumento para observar y establecer una relación entre el observador y el objeto, para una definición son las interacciones y para la otra es mirar agudamente. El cuarto aspecto establece que en los dos hay un objetivo, un para qué o un propósito de la observación: construir conocimiento organizado y describir, valorar e inferir algo del objeto. Estos aspectos se estructuran y representan en el siguiente esquema.



Para entender completamente el esquema es mejor estructurar y organizar el proceso de observación a partir de las siguientes cuatro preguntas:

- ¿Quién es el que observa?
- ¿Qué se observa?
- ¿Cómo y con qué se observa?
- ¿Para qué se observa?

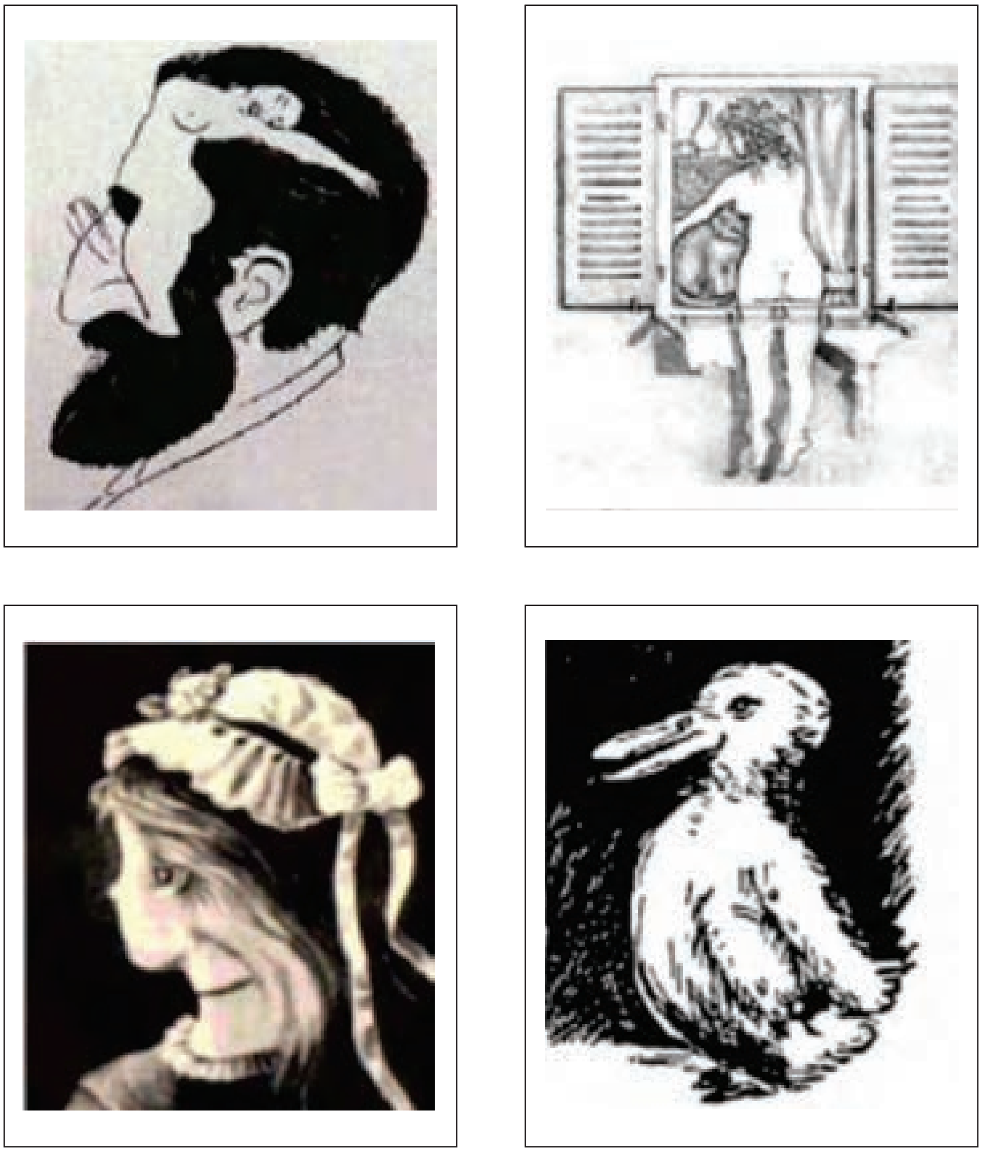
Las preguntas no hay que responderlas diciendo solamente que quien observa es un sujeto o una persona, sino que es necesario saber quién es esa persona, su nivel de estudio, su cultura, el grupo étnico, incluso su posición política, todo esto determina cómo va a hacer la observación. Tampoco es suficiente decir que lo que se observa es un objeto, es necesario delimitar lo que se va a observar y especificar si el objeto es físico o no, si pertenece al ámbito de experiencias del sujeto, si es un comportamiento, un proceso de pensamiento, unas interacciones o relaciones, etc. Igualmente toca especificar los instrumentos o medios de observación, no hay que limitarse solamente a los sentidos de la vista y el oído, es importante utilizar los otros sentidos y medios como videos, grabaciones, escritura, entrevistas, instrumentos conceptuales, etc.

Volviendo al esquema que establece una interrelación entre el observador, el objeto y los instrumentos de observación. Estos tres elementos interdependientes se entretejen para lograr construir conocimiento en torno al objeto que se observa. Como en la definición de “realidad no objetiva” se acordó que el conocimiento se construye, entonces lo que se diga del objeto no puede entenderse como una propiedad del objeto, es decir con existencia externa a la mente del sujeto. Todo lo que se diga del objeto son imágenes mentales y conceptuales construidas por el sujeto, pero que permiten relacionarnos significativamente con él, pues es una creación propia muy útil. Por eso es que en el esquema, la construcción del conocimiento se deja como una proyección (imagen conceptual del objeto) de la mente humana producto de la interrelación entre el sujeto, el objeto y los medios.

¿Qué es lo que hace tan importante a la observación? La importancia de la observación radica según Hurtado (2000), en que “Es el detonante de cualquier descubrimiento y forma de conocimiento, desde la idea más simple a la teoría más compleja tuvieron su origen en la observación sistemática”. Por ejemplo, los antepasados lograron entender el comportamiento de los cielos realizando observaciones minuciosas de los astros, logrando de esta manera predecir los eclipses y orientarse a partir de las estrellas. En la construcción de conocimiento escolar, la observación de clases debe concebirse como una actividad compleja. Por un lado, porque desde el momento mismo de disponerse a observar voluntariamente y con un objetivo se activan conocimientos previos, prejuicios, ideas, creencias, etc., que incidirán en lo que veamos y en lo que dejemos de ver. Concretamente: no se puede ver “todo”, y lo que se ve inevitablemente se ve desde algún lugar, desde una cierta perspectiva.

Para dimensionar la complejidad y la importancia de la observación se plantea a continuación una actividad que consiste en describir lo que se observa en un grupo de imágenes. El objetivo es darse cuenta de que no todos vemos lo mismo, y que el acto de observación está relacionado con lo que queremos ver, con nuestras creencias, conocimientos y niveles de detalle de la observación.

Esta actividad realizada con los maestros de ACIMA dio origen a la ficha de observación construida en el taller, en donde se logró definir tres niveles de observación: la global o simple, la detallada y la sistemática. En el primer nivel (simple) el observador mira globalmente el objeto y se queda con las primeras impresiones, que por lo general resultan equívocas. En el segundo nivel (deta-



Imágenes tomadas de: http://www.portalmix.com

llada), el observador establece una ruta donde encuentra detalles y aspectos pasados por alto con la primera observación. En el tercer nivel de observación (sistemática), el observador debe afinar y construir instrumentos que le permitan profundizar en la comprensión del objeto observado.

Lo más interesante de la experiencia fue llegar a la conclusión de que en todas las situaciones de observación la mente y la imaginación intervienen en las descripciones e interpretaciones de los objetos observados. También se estableció que el rol que debe asumir el docente en el modelo pedagógico de proyectos tema, es el de observador participante, en donde el docente participa a la vez como sujeto y objeto de observación Testimonios derivados de la anterior experiencia y de esta última se pueden encontrar en el capítulo 4. Un ejemplo especial que articula la experiencia de las imágenes ambiguas con el libro de Etnomatemáticas de ACIMA, se puede ver en el problema de la distribución de los cubos en la balanza, realizado por el grupo de sistemas de medidas, pues ellos describen cómo pasaron de la observación simple a la sistemática.

2.3 EL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIAS

A la pregunta ¿qué es la sistematización? podemos contestar en términos muy generales diciendo que es una manera organizada de estar atento, anotar para reflexionar sobre cada información que nos permita saber lo que sucede desde el inicio, durante y al final de un proceso, con miras a diseñar estrategias apropiadas para intervenir en él. Sin embargo, esta definición no da cuenta de los conocimientos previos que los docentes tienen de la sistematización, y que incluso pueden ir en contravía de las exigencias que la caracterizan. Como estrategia didáctica vamos a partir de las afirmaciones de los docentes para discutirla y llegar a una propuesta válida.

Una manera de empezar a entender qué es la sistematización es aclarando lo que ella no es; bien porque se trata de ideas erróneas o bien porque son ideas incompletas sobre la sistematización. En este sentido, en el taller de sistematización de experiencias de aula los docentes expresaron las siguientes ideas, ACIMA (2008).

- Es lo último que se hace en la planeación de un proyecto
- Es pasar al computador lo que se logró dejar por escrito
- Es una actividad donde hay que saber escribir bien
- Es dejar lo que se hizo en un formato bonito y bien presentado.
- Es darle orden a la información recogida.

Estas ideas conciben la sistematización como una actividad operativa y mecánica, cuyo objetivo es darle presentación bonita y ordenada a la información recogida, además es el último paso de una investigación o de un proyecto. De acuerdo con esa perspectiva la sistematización puede ser realizada por alguien que no participó en el proyecto, sólo basta que se apoye en las memorias escritas dejadas por otros. Si bien son necesarias varias de estas ideas para entender qué es la sistematización, hasta aquí todavía no se logra dar cuenta del propósito real de esta.

En una dimensión más amplia, la sistematización debe concebirse como un proceso de pensamiento complejo que integra lo lógico, lo estético, lo creativo, lo pragmático y lo didáctico. El proceso se activa desde el mismo momento en que se inicia un proyecto, un problema o desde cuando se planea una investigación. Por eso la sistematización requiere de un proceso de observación sistemática que sea el detonante de todas esas formas de pensamiento que trascienden las observaciones simples o de primera vista. En este orden de ideas, lo que caracteriza la sistematización como forma de pensamiento complejo es la función y articulación de los siguientes aspectos:

- Como pensamiento lógico, su objetivo es tratar de eliminar el azar, el desorden, las incoherencias y contradicciones que surjan durante todo el proceso de solución de un problema o de una investigación.

- Como pensamiento creativo, su objetivo es crear alternativas y maneras diferentes de abordar y resolver problemas y desarrollar investigaciones, también es crear instrumentos y conocimientos totalmente nuevos pero efectivos.

- Como pensamiento estético, su objetivo es lograr mantener la armonía entre el planteamiento y el desarrollo, la forma y el contenido, entre el proceso y los resultados, entre las partes y el todo.

- Como pensamiento pragmático, su objetivo es lograr aplicaciones prácticas que mejoren las maneras de hacer las cosas y de resolver los problemas y las necesidades que dieron origen al proyecto y a la investigación.

- Como pensamiento didáctico, su objetivo es constituirse en un medio efectivo (informe, documentos, textos, video, afiches, juegos, mapas, etc.) y agradable para el aprendizaje y para la comunicación de ideas, métodos, pensamientos y teorías.

En sí la sistematización es un proceso que se inicia desde el mismo momento del planteamiento de un proyecto o un problema. En él es necesario que se asuma el rol de un observador sistemático, para que emerjan todas las formas de pensamiento complejo que caracterizan a la misma. Además debe dar cuenta, por algún medio de comunicación, de toda la riqueza de la experiencia de investigación. La sistematización es una experiencia personal única, en la que el sujeto se involucra durante todo el proceso de investigación de manera corporal, emocional y mental. Desde esta visión, la sistematización solo puede ser realizada por los sujetos que participen activamente en el desarrollo del proyecto o del problema. Es decir, nadie puede contar ni reflexionar sobre lo que no ha pensado, vivido, disfrutado y sufrido.

Para ilustrar mejor esta definición es bueno remitirse a las experiencias desarrolladas por los docentes en el taller, en particular a aquellas relacionadas con la sistematización del problema del "cazador en la sabana" que fue realizado por el grupo de Lógica y se encuentra en la página 98*. También se puede remitir a las experiencias desarrolladas con los estudiantes, particularmente los juegos de razonamiento lógico, al primer problema: "la gallina, el panero y el tigrillo" que se encuentra en la página 132*. En estos dos ejemplos de sistematización de experiencias se puede observar el pensamiento complejo en acción, y resaltar en especial el nivel del pensamiento creativo logrado.

2.3.1. LOS PASOS PARA REALIZAR UNA SISTEMATIZACIÓN

Como se anotó, la sistematización no puede ser el último paso de un proyecto; sino que debe ser una actividad permanente durante todo el proceso; deben realizarla quienes han estado durante todo el desarrollo del proyecto; debe asumirse la posición de un observador sistemático o de tercer nivel; y debe concretarse a través de algún medio efectivo de comunicación. Con base en los planteamientos anteriores, en lecturas sobre investigación cualitativa, en la manera como el proyecto se ha ido estructurando desde su presentación al MEN, y de acuerdo con las experiencias de sistematización logradas en el taller y en el aula, se considera que los pasos a seguir para la sistematización, retomando parcialmente a Rodríguez G. (1996), son:

- Preparación de la experiencia o proyecto
- Trabajo de campo o de aula
- Análisis de la experiencia
- Construcción del medio de comunicación de la experiencia (informes escritos o verbales, carteleras, mapas mentales, representaciones, videos, por ejemplo…)
- Participar activamente durante todo el proceso

Paso 1: preparatoria

La preparatoria es el momento del nacimiento del proyecto, de ahí la importancia de garantizar un buen nacimiento para que se pueda alcanzar las dinámicas y los resultados esperados. Esto significa que desde el inicio, la sistematización debe tener una lógica que dé sentido, coherencia y orden al proyecto, y unas ideas innovadoras y prácticas que faciliten la creación de ambientes educativos, en donde los estudiantes actúen con confianza en la resolución de las problemáticas y las actividades planteadas. Para abordar este paso de manera sistemática es necesario tener en cuenta dos momentos: el reflexivo y el de diseño, los cuales conducen a la creación del proyecto de investigación.

En lo que corresponde al momento de reflexión, a partir de un diagnóstico sociocultural y escolar el docente establece el tema de interés y explica las razones por las cuales eligió proponer el proyecto objeto de estudio. Es importante tener siempre presentes las preguntas que surgieron de la reflexión, las cuales van a mantener el interés y la orientación durante el desarrollo del proyecto. En el caso del núcleo de etnomatemáticas (aunque aplicables a todos los núcleos temáticos) las fuentes de interés se encuentran principalmente en:

- El texto de etnomatemáticas para los grados cuarto y quinto, ACIMA 2007
- La vida cotidiana, lo que le preocupa a la comunidad
- El avance de los otros sectores del proceso organizativo: salud, territorio, etc.
- Los intereses de los estudiantes
- Experiencias concretas que fueron significativas y gustaron mucho

- Lectura de sistematización de experiencias como las que se encuentran en este libro y otros.

En la reflexión se debe tener presente el marco filosófico que sustenta el modelo pedagógico (proyectos tema), esto significa que la reflexión no puede ser arbitraria sino que debe estar en relación con las ideas que fundamentan curricularmente la propuesta educativa a nivel local y nacional. Precisamente en la reflexión hay que pensar seriamente cómo se pueden concretar los propósitos, los roles que deben asumir los participantes y cómo hacer viable la importancia política, cultural y pedagógica del modelo. La reflexión en términos prácticos debe considerar: 1) la pertinencia del proyecto, y 2) la viabilidad de la aplicación del modelo pedagógico.

En lo que corresponde al diseño, es el momento de planificar todas las acciones que se necesitan para realizar la investigación y la sistematización. Para lograr una estructura y un camino de orientación desde el enfoque etnográfico es importante tener en cuenta las siguientes preguntas:

- ¿Qué diseño es el que resultará más pertinente para la formación del docente, para el contexto, las características de la comunidad y para el desarrollo psicológico, social, lingüístico y cognitivo de los estudiantes?
- ¿A quiénes y sobre qué es lo que se va a investigar y sistematizar?
- ¿Qué técnicas, herramientas e instrumentos se van a utilizar para recoger y analizar datos?
- ¿Qué método de investigación se va a utilizar?
- ¿Desde qué marco conceptual van a elaborarse las conclusiones de la investigación?

Estas preguntas se pueden responder si se tiene claridad en la concepción del modelo pedagógico propuesto. Pues como se anotó, en esta perspectiva el rol de la investigación y de la sistematización están orientadas por la investigación cualitativa y etnográfica. Con esa metodología el proyecto no se estructura de forma rígida, no es necesario que todo esté predeterminado: las hipótesis, las muestras de la población a estudiar, las entrevistas, el análisis de datos y las estrategias. Hay que asumir que la ambigüedad, la incertidumbre y el azar juegan un papel importante en el desarrollo del proyecto, y aunque el propósito sea tratar de eliminarlos, es necesario acostumbrarse a su carácter dinámico y flexible. Por ello la investigación y la sistematización aquí practicada siguen un camino de descubrimiento y sorpresa que implica estar alerta para rescatar el pensamiento creativo.

Lo anterior no significa que haya que dejarlo todo al azar, por lo menos en el diseño es importante tener en cuenta la estructura básica diseñada para abordar en el aula los proyectos tema ACIMA (2007):

ESQUEMA BÁSICO: PROYECTO TEMA
• Núcleo temático • Eje temático • Grados escolares • Proyecto de investigación: objeto de estudio de la investigación • Justificación: diagnostico e identificación de la problemática • Preguntas orientadoras: orientan el proceso de investigación • Logros: aprendizajes mínimos del proyecto • Actividades: parte de los conocimientos previos de los estudiantes • Valoración: análisis para saber el alcance de los logros • Recursos humanos y materiales, herramientas

Esta manera de organizar un proyecto se destaca como estrategia para comunicar un pensamiento de forma lógica, y para abordar una experiencia pedagógica en el contexto escolar y social. En sí está mostrando una manera de sistematizar un pensamiento que se desea concretar y que es necesario asumir no sólo en su parte operativa sino también en su marco filosófico, político y pedagógico. Tal y como señala Morse (1994) "la investigación cualitativa será todo lo buena que lo sea el investigador". Por ello en el momento del diseño además de establecer los esquemas y los pasos a seguir debe conocerse y asumirse las intenciones filosóficas, políticas y pedagógicas de los docentes-investigadores.

Paso 2: trabajo de campo y aula

En este punto entra en juego la capacidad de negociación y observación del docente investigador: llegar a acuerdos y recoger la información necesaria para entender y mejorar los procesos de pensamiento de los estudiantes y las dinámicas de clase. Aunque posiblemente se hayan hecho algunos acercamientos con la comunidad y la escuela, sobre todo para hacer el diagnóstico sociocultural y escolar, estos no constituyen la entrada más formal de lo que debe hacerse en el campo o el aula. Es importe conocer los procedimientos tradicionales o protocolos culturales a seguir para no entrar en conflicto con la comunidad educativa. Ella debe sentir que está participando y decidiendo en todo cuanto suceda social y cognitivamente con sus hijos. Igualmente los estudiantes no deben convertirse en objetos materiales de estudio, pues de acuerdo con su rol en la propuesta pedagógica, ellos son participantes propositivos, lo que implica que deben ser consultados para decidir el rumbo de la investigación y de la sistematización. Para hacer adecuada y efectiva la entrada a campo y al aula hay que lograr los acercamientos siguientes:

- Acercamientos y acuerdo con las autoridades y padres de familia
- Acceso directo al campo o aula
- Recogida de datos en el campo y en el aula

En cuanto al acercamiento a la comunidad: de acuerdo con las experiencias del trabajo escolar en comunidades indígenas, lo que suceda en el interior o exterior de la escuela debe ser consultado con las mismas. Como se sabe existe una interdependencia entre la escuela y el contexto sociocultural, lo que significa que la escuela debe tener un acercamiento muy estrecho con la comunidad. Por eso en la planeación debe existir una actividad protocolaria con la comunidad educativa para definir cómo va ser su participación y qué acuerdos éticos y operativos se acogen para contribuir en el desarrollo del proyecto. Esto se hace por medio de visitas a las autoridades y a los tradicionales de la comunidad, en sus malocas, en las horas nocturnas, y con la comunidad una reunión con invitación formal por medio de carta.

En cuando al acceso a campo y al aula: es necesario primero que todo tener un acercamiento informal en el aula, de tal manera que se logre la construcción de confianza con los estudiantes. El docente inducirá su adaptación y la de los estudiantes para mantener la disposición de participación y creación en los escenarios de investigación. Esto implica paciencia, escucha y receptividad del docente hacia los intereses y planteamientos de los estudiantes, incluso es importante que se tenga en cuenta las ideas de los estudiantes para rediseñar el proyecto. En el momento del acercamiento al campo, el docente dentro de la adaptabilidad según Wax (1971) debe "Ser capaz de reírse de sí mismo". En términos del modelo pedagógico esto significa asumir una relación flexible, horizontal, democrática y moderadora. En segunda instancia, el docente una vez haya logrado confianza con el grupo de estudio, pasará a la reestructuración del proyecto para ajustarlo a los intereses de los estudiantes y hacerlo más pertinente con el contexto socio-cognitivo del grupo.

En cuanto a la recogida de datos, esta es una de las tareas más difíciles, es necesario que los docentes trabajen en equipo, precisamente por la doble función del docente de ACIMA. Es decir, le toca asumir el papel de docente - investigador en la modalidad de observador participante, lo que quiere decir que a la vez que ha de generar el ambiente educativo para que los estudiantes aprendan, también debe comprender cómo aprenden. En ese momento, el docente investigador se debe poner la investidura de observador sistemático y estar al tanto de todo lo que suceda en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, recogiendo fielmente sus testimonios durante el desarrollo de una actividad o la solución de un problema.

Para hacer efectiva esta tarea es necesario tener como mínimo unos criterios y un esquema para tomar notas, tener un diario de campo y otras herramientas que se presentarán más adelante. La recogida de datos se debe realizar en cada uno de los momentos que definen la ruta de aprendizaje en el aula o durante el proceso de enseñanza aprendizaje para la construcción de conocimiento escolar significativo. De la efectividad en la recogida de datos y de su representatividad depende en gran medida la identificación del sentido, las relaciones, los conflictos y la comprensión de las dinámicas escolares. En la recogida de datos hay que diferenciar si los datos son descriptivos, valorativos, interpretativos o inferidos, estableciendo el lugar, los sujetos y el momento de su recopilación.

El paso 3: analítico

La tarea de análisis se da desde el inicio mismo del proyecto, pasa por la entrada al campo y termina en las conclusiones del informe, pero la situamos en este orden por facilidad didáctica. Es decir, el hecho de ubicarse en el tercer lugar de los pasos no significa que se tenga que hacer solamente cuando ya estén recogidos los datos de campo. El análisis es el momento de definir lo que se va a priorizar y categorizar del proyecto, resaltando lo evidente, lo trascendente y lo que se puede inferir a partir de la organización de los datos recogidos en el trabajo de campo. Las categorías y variables cognitivas, en el caso de la sistematización de experiencias en matemáticas son retomadas de: investigaciones realizadas sobre el desarrollo del pensamiento matemático, experiencias matemáticas realizadas en el proceso educativo de ACIMA y las experiencias con docentes en el taller y los estudiantes en la escuela ACIMA (2008). Estos son los tres aspectos a tener en cuenta para el análisis de datos:

- Definir las categorías y/o variables a tener en cuenta.
- Establecer las correlaciones entre las variables y/o categorías.
- Definir niveles de análisis

Identificación de las categorías y variables: nuevamente se enfatiza que es importante recoger la información de acuerdo a unos criterios para lograr una información descriptiva, inferencial e interpretativa confiable. Sin embargo en una investigación sobre experiencias de aula, con este paso no termina el trabajo de análisis. Es necesario desglosar en lo posible los aspectos que caracterizan a las variables y/o categorías: cognitivas; actitudinales, emocionales y procedimentales. Por ejemplo, en matemáticas lo cognitivo siempre va a estar referido a las representaciones, las exploraciones, las conjeturas, las argumentaciones, y a las soluciones que dan los estudiantes en cada uno de los ejes temáticos. El desglose de las otras variables depende de la situación de estudio y de lo que se quiera analizar, aunque en la parte de los logros del proyecto tema se dan indicios de lo que hay que observar y analizar en lo social y actitudinal.

Correlaciones entre variables y/o categorías: las correlaciones deben ayudar a comprender cuáles son las tendencias, las excepciones y las causas de los comportamientos cognitivos y sociales que subyacen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el desarrollo del pensamiento matemático. Es esencial hacer un análisis cualitativo, experiencial y testimonial para saber si existe una relación causal entre las variables a comparar. En otras relaciones posibles, identificar si las variables dependen de otras variables más generales, si las variables se afectan mutuamente, o si actúan de manera totalmente independiente, es decir la una no afecta a la otra. También es importante identificar, establecer y caracterizar en qué condiciones se dan estos tipos de relaciones. Las correlaciones tienen que ver mucho con la visibilización de las interdependencias que se dan entre estudiante-grupo, estudiante-docente, estudiante-conocimiento, estudiante-contexto sociocultural.

Niveles de análisis: son todos los aspectos necesarios para comprender de manera integral lo que sucede en los espacios escolares y en particular en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Desde esta perspectiva del modelo pedagógico, los niveles que se abordarán en el caso de las matemáticas son:

a) Primer nivel: en relación con el ambiente educativo; b) Segundo nivel: en relación al desarrollo cognitivo; c) Tercer nivel: en relación con los cambios en el aprendizaje.

Para lograr profundizar en los aspectos anteriores es necesario concretar las siguientes tareas de análisis: 1) reducción de datos: priorizar, privilegiar y seleccionar lo pertinente en la sistematización; 2) disposición y transformación de datos: forma de clasificarlos, representarlos y organizarlos; y 3) obtención de resultados y verificación de conclusiones: cambio conceptual y actitudinal del estudiante, cambios en la dinámica escolar; todo apoyado en observaciones y testimonios. La herramienta que se propone para realizar los análisis se presentará más adelante, teniendo en cuenta que no es una fórmula fija que en cualquier establece caso cómo es el análisis de una experiencia. El uso y contenido de la herramienta depende de cada situación, contexto, dinámica y del docente-investigador, pero para mejorar su uso serán de apoyo los conceptos, las herramientas y las experiencias de sistematización que se presentan en el libro.

Paso 4: construcción del medio de comunicación de la experiencia (modo de comunicación)

Este es un momento de expresión y comunicación didáctica que debe ser acompañado y apoyado por la interrelación entre el pensamiento lógico y el creativo. Se coloca lo didáctico de primero porque ese debe ser el objetivo de la sistematización de experiencias de aula, lograr una manera de comunicar que atrape la atención y el interés de los docentes indígenas del Amazonas. Se dice que debe ser lógico porque es una manera clara, planeada y coherente de presentar un proceso y unos resultados pedagógicos. Por lo tanto, implica altos niveles de creatividad en lo conceptual, lo procedimental, lo gráfico y lo estructural. Para hacer efectiva esta forma de comunicación es necesario tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Modos de comunicación de la sistematización
- Estructura de la sistematización
- Estilos literarios

Los modos de comunicación: son todas las maneras posibles de comunicar una experiencia: oral, informes, documentos, libros, revistas, periódicos, plegables, boletines, videos, juegos, mapas, teatro, etc. El grupo de sistematizadores, en concertación con la comunidad educativa deciden cual es la manera más adecuada de comunicar la experiencia. Sin embargo, la decisión debe estar determinada por los resultados y efectos del uso de otras experiencias sistematizadas, y de las exigencias en la formación de maestros lectores y escritores. Si es el caso se pueden hacer diagnósticos estadísticos al respecto.

La estructura de la sistematización: en ella se definirá la presentación, la secuencia y forma como se escribirá y redactará la experiencia recogida. Es decir se organizará qué va primero, qué va de segundo, etc. Se tendrán en cuenta: orden y secuencia temática, estructura y coherencia lógica, definición del formato de edición. Para el caso que sirve de ejemplo, se crearon gráficos e íconos alusivos a etapas del aprendizaje que ayudan a caracterizar el proceso de sistematización de la experiencia de aula en matemáticas, estos momentos a destacar son: representaciones, exploraciones, argumentos, soluciones, cambio conceptual, dialogo, por ejemplo.

Los estilos literarios: la sistematización puede ser contada en forma de cuento, en un texto técnico, ser narrativa, descriptiva, lírica o lúdica, etc., eso lo determina la decisión y las capacidades del grupo de sistematizadores y la comunidad. Pero cualquiera que sea la decisión tomada, lo primordial es que la sistematización sea rica en argumentos, datos, ejemplos y testimonios. El estilo también lo determina en gran medida el público al que vaya dirigido, en el caso de este libro, como va dirigido a los docentes y el objetivo es formarlos en sistematización de experiencias de aula, se decidió que fuera un texto técnico pero con ilustraciones y lúdico.

Paso 5: participar de la experiencia

Como ya se dijo nadie puede hablar de lo que no ha pensado, visto, vivido y sufrido; y si alguien se perdió parte de la experiencia, quedan vacíos difíciles de llenar con la imaginación o por la experiencia de terceros. Más aun, participar no significa estar en el lugar de los hechos, significa asumir una actitud y disposición física, emocional y mental frente al proceso educativo. El que quiere sistematizar debe asumir el rol del observador sistemático y observador participante, estar atento, vigilante, interesado y dispuesto a intervenir en todo cuanto sucede en el espacio escolar. Además debe lograr adquirir los conocimientos de un investigador etnográfico para abordar los procesos de enseñanza-aprendizaje con criterio, inteligencia y creatividad. En resumen debe asumir la concepción filosófica, política y pedagógica del modelo pedagógico y los cuatro pasos anteriores.

3. FICHAS O HERRAMIENTAS PARA OBSERVACIÓN Y SISTEMATIZACIÓN EN EL AULA

Las herramientas son todos aquellos medios que facilitan la tarea de sistematización y, sobre todo hacen accesible y manejable la recogida datos y el análisis de la información. Para colocarlo en términos más prácticos, las herramientas son objetos que construimos para superar nuestras limitaciones y para hacer tareas de manera más fácil, precisa y efectiva. Por ejemplo: una regla y un compás permiten trazar líneas y círculos "perfectos", los cuales difícilmente se pueden hacer con precisión a mano; un remo permite impulsar y controlar más rápidamente un bote por el río que con solamente los brazos; y tumbar una chagra sin la ayuda de una herramienta como el hacha sería prácticamente imposible.

Las herramientas como medio técnico para recoger información permiten que el docente investigador seleccione y manipule con mayor criterio la información generada en los espacios escolares. Sin embargo, por buenas que sean las herramientas para recoger información, es necesario saber que tienen limitaciones: cuando se utilizan hay que establecer el rango de validez de la información recogida, sirven solo para ciertas tareas específicas, y sacarle todo el provecho depende de la habilidad de quien las utilice.

Las herramientas en cuanto forma de pensamiento pedagógico responden operativamente a dos preguntas fundamentales ¿Cómo observamos? y ¿Con qué observamos? ¿Con qué observamos? establece la seguridad y la confiabilidad de las observaciones y de las conclusiones a que se llegue, y ¿Cómo observamos? establece el procedimiento de observación, indicando inclusive el lugar desde donde nos ubicamos filosóficamente para observar. Con ayuda de una analogía se podría decir que las herramientas de observación como forma de pensamiento, son los lentes que nos ponemos para observar las cosas.

En relación con los dos aspectos anteriores, es importante resaltar que las herramientas deben asumirse de manera provisional y como hipótesis de trabajo, más aun cuando apenas están en proceso de construcción. Es a partir de la reflexión y la sistematización de experiencias de aula que se van estructurando, afinando y perfeccionando. Esto es muy importante porque hay que tener en cuenta que las herramientas determinan el grado de confiabilidad de la información recogida y de los análisis logrados.

En esta perspectiva, es necesario recordar que la sistematización de las experiencias de aula se inicia en el mismo momento de la preparación del proyecto tema. Esto implica identificar previamente los recursos materiales y las herramientas que se necesitan para la sistematización de los proyectos tema, propuestos en el libro de etnomatemáticas para 4º y 5º. Una estrategia para lograr la sistematización de experiencias de aula y la aplicación del libro de etnomatemáticas consiste en: construir y hacer corresponder una herramienta con cada uno de los momentos de la dinámica escolar, los cuales están definidos en el numeral dos uno. La correspondencia posibilita hacer las observaciones, registros y análisis de lo que acontece en cada uno de los momentos. Las herramientas que de ahora en adelante se denominarán tablas de referencia o fichas técnicas son:

- Primera herramienta, ficha técnica:
  presentación del proyecto tema de investigación
- Segunda herramienta, tablas de referencia:
  lo que se va a observar en el proceso de aprendizaje.
- Tercera herramienta, fichas técnicas:
  identificación de los conocimientos previos de los estudiantes.
- Cuarta herramienta, fichas técnicas:
  evolución de los aprendizajes de los estudiantes
- Quinta herramienta, fichas técnicas:
  aprendizajes logrados por los estudiantes
- Sexta herramienta, ficha técnica:
  mapa de los aspectos significativos del aprendizaje.

A continuación se muestra gráficamente la correspondencia entre las fichas técnicas y tablas con los momentos de la dinámica de enseñanza-aprendizaje en la construcción de conocimiento escolar significativo.

FICHA TÉCNICA		MOMENTOS
Primera herramienta, ficha técnica: presentación del proyecto tema de investigación	→	1) Planteamiento del proyecto
Segunda herramienta, tabla de referencia: lo que se va a observar en el proceso de aprendizaje	→	1-5) Procesos de aprendizaje
Tercera herramienta, ficha técnica: identificación de los conocimientos previos de los estudiantes	→	2) Los conocimientos previos estudiantes
Cuarta herramienta, ficha técnica: evolución de los aprendizajes de los estudiantes	→	3) Desarrollo de la situación problemática
Quinta herramienta, ficha técnica: aprendizajes logrados por los estudiantes	→	4-5) Conocimientos posteriores y cambio conceptual
Sexta herramienta, ficha técnica: el mapa de los aspectos significativos del aprendizaje	→	6) mapa de los aspectos significativos del aprendizaje

Las fichas y las tablas prácticamente tienen los mismos nombres que los momentos. La correspondencia entre unas y otros se pueden estudiar los ejemplos de sistematización de experiencias de aula realizados por los docentes del río Mirití que se presentan en el siguiente capítulo. También se pueden estudiar los ejemplos que se presentan directamente en las fichas de este capítulo, las cuales tienen como referencia el proyecto tema: geometría de una canoa estable. El proyecto seleccionado se llevó a cabo con los estudiantes de la escuela comunitaria de Puerto Lago. Las dos experiencias constituyen una primera aproximación a la relación entre las fichas técnicas, los momentos y la aplicación del libro de etnomatemáticas.

Antes de entrar a describir las fichas y la tabla de referencia es importante hacer tres aclaraciones: 1) las fichas son para llenarlas de acuerdo a los aspectos o variables definidas, mientras que las tablas de referencia son información de apoyo que se da al docente, especialmente para saber qué es lo que se va a observar en general, con las categorías o variables de cognición y en cada eje temático de matemáticas; 2) el docente llenará las fichas de acuerdo a sus observaciones e intereses, él decide el contenido de cada ficha para las variables definidas, pero sin olvidar el rol de observador sistemático; y 3) los ejemplos de fichas muestran el registro, la interpretación y la valoración particular de los docentes de la escuela de Puerto lago con asesoría pedagógica matemática. El docente debe hacer su grupo de fichas técnicas nuevas y llenarlas cuando esté trabajando los proyectos tema del libro de etnomatemáticas de ACIMA, pero retomando el esquema de los ejemplos.

Primera herramienta: ficha técnica, presentación del proyecto tema de investigación, aquí se anotan los datos técnicos de la asociación, la escuela, el proyecto, los objetivos, los estudiantes, los docentes, los participantes, los espacios y los tiempos de desarrollo.

ASPECTO ESPECIFICACIÓN
Fecha:
Escuela:
Número de estudiantes:
Grados escolares:
Edades de los estudiantes:
Profesores investigadores:
Sesiones de trabajo:
Núcleo temático:
Eje temático:
Proyecto a investigar:
Situación problemática:

Ficha 1 Presentación del proyecto tema de investigación

Segunda herramienta: las tablas de referencia, lo que se va a observar en el proceso de aprendizaje: está referida a los aspectos cognitivos que permiten identificar el estado de desarrollo del pensamiento matemático en que se encuentran los estudiantes. Estos aspectos cognitivos son: las formas de exploración, las formas de representación, las formas de conjeturar, las formas de argumentación, las formas de generalizar o modelar. Los instrumentos que se utilizan para diseñar la ficha técnica son las tablas de referencia, en ellas se indicarán esquemática pero "detalladamente" los procesos de pensamiento y de desarrollo cognitivo de los estudiantes. Unas hipótesis sobre estos procesos y niveles se encuentran en parte definidos en las investigaciones que sobre la pedagogía del desarrollo del pensamiento matemático. Se utilizarán en la sistematización para una primera identificación del nivel cognitivo en el que se encuentra el estudiante.

La tabla de referencia de apoyo general que se presenta está enmarcada dentro de las etapas del desarrollo del pensamiento cognitivo de la teoría de Jean Piaget, ya que en ciertos aspectos es acorde con la definición de realidad que propone el modelo pedagógico. También se tendrán como referencia las "etapas" cognitivas de Bruner (1966) por la relación tan estrecha que este autor propone entre realidad, conocimiento y cultura. Esta tabla de referencia de apoyo general es muy controvertida, más aun cuando se aplica en los contextos indígenas, por eso hay que asumirla como una hipótesis de trabajo. Sin embargo se presenta para que el docente retome lo que crea que se ajuste a los desarrollos cognitivos de los estudiantes indígenas, y para que se dé cuenta que es necesario investigar sobre el desarrollo cognitivo indígena.

También se tendrá como material de apoyo, la tabla de referencia general de la variable y/o categoría cognición. En ella se establece lo que hay que observar en cada variable y/o categoría de cognición pero especificando qué variable se toma en cada etapa de desarrollo cognitivo. Estos observables son indicadores que retoman en parte aspectos de la tabla de referencia general, y en gran medida retoman las observaciones cognitivas evidenciadas en la sistematización de experiencias de aula que se realizó con los estudiantes de la escuela de Puerto Lago. Además de describir la tabla se explicará cada variable y/o categoría de cognición con ejemplos, en su mayoría retomados del libro de etnomatemáticas de ACIMA para los grados cuarto y quinto.

Las últimas tablas de apoyo son: las tablas de referencia especificas por eje temático. Esas tablas tendrán en cuenta dos partes: la primera parte es la tabla del eje temático por niveles de cognición; y la segunda parte es la tabla del eje temático por variable y/o categoría de cognición. En el presente trabajo sólo se van a presentar las tablas de referencia específica para el eje temático de geometría. Lo anterior se debe a dos razones: 1) porque parte de las tareas de la sistematización es encontrar esos niveles en cada eje temático; y 2) porque desborda la intención del libro pues sería necesario hacer una investigación exclusivamente para ese tema.

Lo que sigue a continuación es la descripción de las tablas de referencia, es decir lo que se va a observar en los procesos de aprendizaje:

a. Tabla de referencia de apoyo general: niveles de pensamiento cognitivo.
b. Tabla de referencia general de la variable y/o categoría de cognición.
c. Tablas de referencia especificas por eje temático

a. Tabla de referencia de apoyo general: niveles de pensamiento cognitivo. Esta tabla se elaboró retomando a varios autores: Tamayo (1999), Smith (1992), Vidal F. (1994) y Bruner J. (1990).

ETAPA	CARACTERISTICAS	
	Piaget (P)	Bruner (B)
Piaget: Sensoriomotriz Bruner: Ejecutora	En esta etapa el niño usa sus sentidos (que están en pleno desarrollo) y las habilidades motrices para conocer aquello que le circunda, confiándose inicialmente en sus reflejos y, más adelante, en la combinatoria de sus capacidades sensoriales y motrices. Así, se prepara para luego poder pensar con imágenes y conceptos.	Durante los primeros años, la función importante es la manipulación física: «saber es principalmente saber cómo hacer, y hay una mínima reflexión». Opera a través de la manipulación y la acción.
Piaget: Preoperatoria Bruner: Icónica	Esta etapa se caracteriza por la interiorización de las reacciones de la etapa anterior dando lugar a acciones mentales que aún no son categorizables como operaciones por su vaguedad, inadecuación y/o falta de reversibilidad.	Durante el segundo período que alcanza el punto más alto entre los 5 y 7 años, el énfasis se desvía hacia la reflexión, y el individuo se hace más capaz de representar aspectos internos del ambiente.

ETAPA	CARACTERISTICAS	
	Piaget (P)	Bruner (B)
Piaget: Preoperatoria Bruner: Icónica	Son procesos característicos de esta etapa: el juego simbólico, la centración, la intuición, el egocentrismo, la yuxtaposición y la irreversibilidad (inhabilidad para la conservación de propiedades).	Consiste en hacer representaciones mentales, en imaginar los objetos sin actuar sobre ellos, ser capaz de reemplazar una acción por una imagen o un esquema espacial. Opera a través de la organización perceptual y la imaginación.
Piaget: Operaciones concretas	Cuando se habla aquí de operaciones se hace referencia a los procesos lógicos usados para la resolución de problemas. El niño en esta fase o estadio ya no sólo usa el símbolo, es capaz de usar los símbolos de un modo lógico y, a través de la capacidad de conservar, llegar a generalizaciones atinadas. Alrededor de los 6/7 años el niño adquiere la capacidad intelectual de conservar cantidades numéricas: longitudes y volúmenes líquidos. Aquí por 'conservación' se entiende la capacidad de comprender que la cantidad se mantiene igual aunque se varíe su forma.	

Tabla de referencia de apoyo general: niveles de pensamiento

ETAPA	CARACTERISTICAS	
	Piaget (P)	Bruner (B)
Bruner: Icónica-simbólica	Antes, en el estadio preoperativo por ejemplo, el niño ha estado convencido de que la cantidad de un litro de agua contenido en una botella alta y larga es mayor que la del mismo litro de agua trasegado a una botella baja y ancha. En cambio, un niño que ha accedido al estadio de las operaciones concretas está intelectualmente capacitado para comprender que la cantidad es la misma (por ejemplo un litro de agua) en recipientes de muy diversas formas. Alrededor de los 7/8 años el niño desarrolla la capacidad de conservar los materiales. Por ejemplo: tomando una bola de arcilla y manipulándola para hacer varias bolitas el niño ya es consciente de que reuniendo todas las bolitas la cantidad de arcilla será prácticamente la de la bola original. A la capacidad recién mencionada se le llama reversibilidad. Alrededor de los 9/10 años el niño ha accedido al último paso en la noción de conservación: la conservación de superficies. Por ejemplo, puesto frente a cuadrados de papel se puede dar cuenta que reúnen la misma superficie no importa su los mismos cuadrados están amontonados o dispersos.	Consiste en representar el mundo a través de símbolos, supone el uso de lenguaje para la formación de conceptos. Emplea la representación lingüística que conduce a un pensamiento y aprendizaje más flexible, y abstracto. Se ubica en las etapas lógica concreta y lógica abstracta de Piaget

ETAPA	CARACTERISTICAS	
	Piaget (P)	Bruner (B)
Piaget: Operaciones formales Bruner: Icónica	El sujeto que se encuentra en el estadio de las operaciones concretas tiene dificultad en aplicar sus capacidades a situaciones abstractas. Si un adulto (sensato) le dice “no te burles de x porque es gordo... ¿qué dirías si te sucediera a ti?”, la respuesta del sujeto en el estadio de sólo operaciones concretas sería: “Yo no soy gordo”. Es desde los 12 años en adelante cuando el cerebro humano está potencialmente capacitado para formular pensamientos realmente abstractos, o un pensamiento de tipo hipotético deductivo.	Durante el tercer período, que coincide en general con la adolescencia, el pensamiento se hace cada vez más abstracto y dependiente del lenguaje. El individuo adquiere una habilidad para tratar tanto con proposiciones como con objetos. Opera a través del instrumento simbólico

ETAPA/ VARIABLE DE COGNICIÓN	SENSORIOMOTIZ	PREOPERATORIA	OPERACIONES CONCRETAS	OPERACIONES FORMALES
Exploración	Acción y búsqueda directamente sobre los objetos.	Acción y búsqueda sobre imágenes mentales y construidas gráficamente.	Acción y búsqueda en operaciones lógicas pero apoyándose en objetos concretos e imágenes.	Acción y búsquedas sobre el lenguaje, proposiciones y símbolos.
Representación	Utiliza los objetos reales y su cuerpo.	Utiliza objetos, gráficos y dibujos.	Utiliza símbolos gráficos o convenciones pero necesita complementarlos con objetos físicos.	Utiliza el lenguaje verbal y simbólico.

Forma de conjeturar	Basada en su propia motivación e imaginación. La expresión típica es “porque si”, “así es”.	Abductiva, van de lo particular a lo particular.	Establece hipótesis inductivas, es decir de lo particular a lo general.	Establece hipótesis deductivas, es decir de lo general a lo particular.
Tipo de solución	Aun no sigue las condiciones del problema y actúa por su voluntad e interés propio. No cumple metas ajenas o externas a su interés motriz. Actúa sobre el esquema: medios-fines.	Se restringe a cumplir algunos casos particulares, pero no llega a la regla general. Progresivamente logra hacer seria- ciones y clasificaciones.	Con base en las condiciones del problema llega a la regla general pero la expresa en forma de narración y no de forma simbólica.	Con base en las condiciones del problema y la coherencia lógica llega a la regla general.
Argumentación	Basada en la idea de permanecía del objeto (el objeto no desaparece y puede seguirlo visualmente), sus acciones motoras y en su imaginación voluntaria.	Está basada en la autoridad, sus intuiciones y creencias. No maneja la operación lógica de reversibilidad, lo cual no le permite argumentar lógicamente.	Inductiva y experiencial demuestra por medio de ejemplos concretos. Establece posibilidades en las relaciones causa-efecto.	Deductiva y discursiva. Demuestra utilizando procedimientos lógicos que expresa verbal y simbólicamente.
Generalización	Cognitivamente aún no está preparado para generalizar. Sólo logra la permanencia del objeto.	No construye la regla general, pero puede reproducir el procedimiento para un caso particular. No maneja la operación lógica de conservación.	Construye la regla pero no la puede representar simbólicamente. Encuentra regularidades o patrones dado que maneja la operación lógica de conservación.	Construye el modelo matemático relacionando variables en forma lógica.

Tabla general de referencia de la variable y/o categoría de cognición.

Como se había dicho es necesario explicar cada una de las variables y/o categorías de cognición, esto facilitará al docente responder a la pregunta ¿Qué es lo que se va a observar? Básicamente significa responder a la pregunta ¿Qué es lo que se va a observar en el proceso de aprendizaje de los estudiantes? Pregunta que conlleva a la siguiente ¿Cómo aprenden y piensan los estudiantes? Para la sistematización se delimitan las siguientes observaciones en el aprendizaje de los estudiantes, las cuales pueden verse como tipos de huellas que son posibles de rastrear:

- Formas de exploración
- Formas de representación
- Formas de conjeturar
- Tipos de soluciones
- Formas de argumentación: validación de conjeturas y resultados
- Formas de generalización: especificación del marco de aplicación
- La modelación: definición y relación entre variables

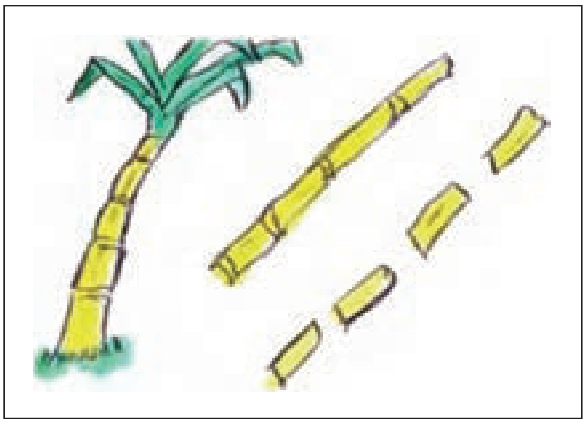
Las formas de exploración: ante una pregunta o un problema para los que no tenemos respuesta podemos comenzar a buscar intuitivamente de diversas maneras para mirar sus distintos aspectos, para encontrar otras perspectivas, para experimentar sobre él, sus efectos o contextos y así ir rodeandolo y familiarizándonos con sus cualidades o características. En la escuela la exploración se suele hacer a partir de la implementación de diferentes estrategias como son: los algoritmos, fórmulas, ensayos y error, aproximaciones heurísticas, experimentos, tanteos, sondeos, instrumentos, simulaciones, etc. Además en la exploración es importante observar el tipo de materiales e instrumentos que utiliza el estudiante para abordar la situación problemática.

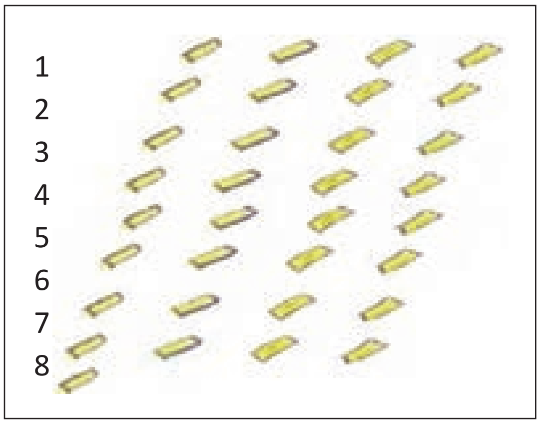
Ejemplos de exploración: encontrar sitios para fundar comunidades, puntos para hacer chagras, zonas para rebuscar y abrir caminos vecinales. En matemáticas se encuentra en el problema de los saludos o al encontrar sumas, multiplicaciones y divisiones con cripto-aritmética. En geometría se puede trabajar con los laberintos, rompecabezas de piezas, tejidos y construcciones. En estadística se pueden hacer planes de inversión, conteo de poblaciones, etc.

Las formas de representación: es la manera en que organizamos y disponemos la información y los datos conocidos de una situación problemática o un tema, esto con el objeto de intentar por medio de esta organización y estructuración (la información y los datos conocidos) visualizar, penetrar y explorar el problema o tema a desarrollar. Esta organización se puede realizar de múltiples maneras, bien sea por medio de gráficas, tablas, dibujos, diagramas, garabatos, secuencias, objetos, etc. En cualquiera de estas formas de representación se busca hacer posible la visibilización y la exploración del problema a resolver o el tema a trabajar, es decir es el primer acercamiento sistemático para abordar un problema por parte de los estudiantes.

Ejemplos de representación: Considerar el siguiente problema: se tienen 33 pedazos iguales de caña que fueron cortados de varias varas de igual tamaño pero lo curioso es que cuando se juntan los pedazos para formar las varas siempre queda sobrando un pedazo de caña ¿Cuantas varas de caña se necesitaron y en cuantas partes se dividió la vara para que esto suceda?

Las primeras representaciones hacia la solución del problema están relacionadas con la repartición de los objetos y su distribución en el espacio. La representación que se muestra en el gráfico es tomada parcialmente del libro de etnomatemáticas de ACIMA, del proyecto tema: fraccionarios en la vida cotidiana. La representación muestra una solución donde se necesitan ocho varas de caña y cada vara está dividida en cuatro pedazos.



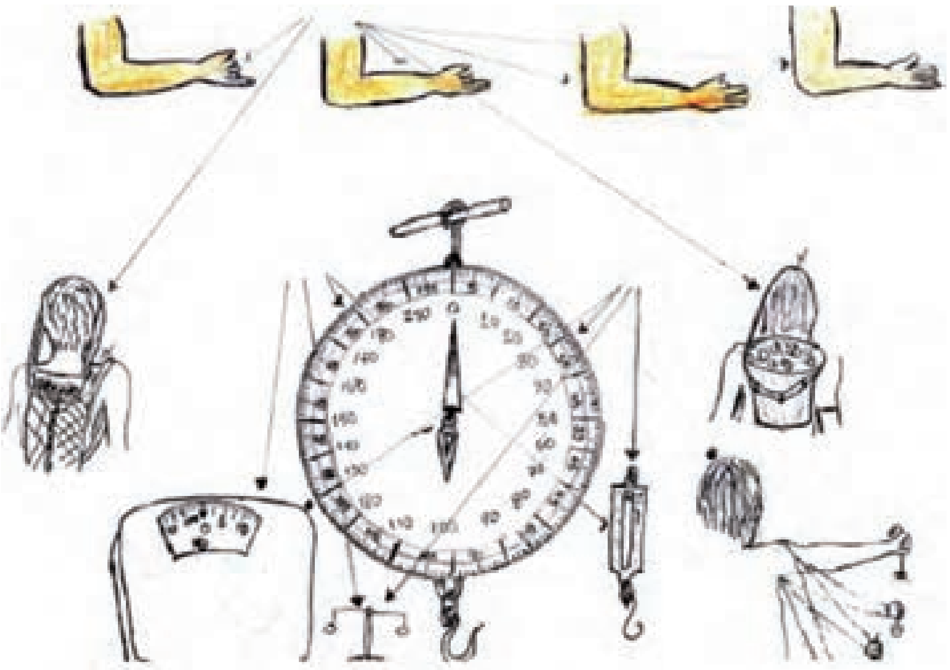


Pasando a otro nivel, uno más abstracto de representación, algunas de las posibles representaciones simbólicas que podrían utilizar los estudiantes para hallar los números que cumplen las condiciones anteriores son:

$\begin{array}{r\|l} 33 & A \\ \hline 1 & B \end{array}$	33 –A (33 – A) - A ((33 – A) – A) -A (((33 – A) – A)-A) = 1	A x B + 1= 33

En esta nueva de representación, el problema consiste en encontrar los números que en una división tienen como dividendo 33 y de residuo 1. En cada forma de representación hay implícitos conocimientos previos de los estudiantes y maneras posibles de explorar el problema.

La representación en la medición del peso que se presenta en el libro de etnomatemáticas de ACIMA, proyecto tema: medida de peso, es un bonito ejemplo de la riqueza de la representación corporal, gráfica y simbólica. De acuerdo con el proyecto, cuando se quiere estimar cuánto pesa un objeto, una manera de representar el peso del objeto haciendo corresponder partes del cuerpo e instrumentos de medida propios y ajenos, esto se muestra en el cuadro siguiente.



Se representa el peso de los objetos livianos con (el esfuerzo de) un dedo, pesos un poco mayores con dos pedos y así sucesivamente hasta llegar a representar pesos mucho mayores con toda la mano. Para el caso de objetos pesados se utiliza como representación el ángulo que se forma entre el brazo que sostiene el objeto y el cuerpo, entre menor sea el ángulo mayor es el peso. Pesos grandes según el criterio del indígena se representan con canastos colgados a la espalda y sostenidos de la cabeza. Cuando se quiere representar cuantitativamente los pesos se utilizan instrumentos importados como balanzas, romanas, pesas, etc.

Las formas de conjeturar: Son afirmaciones que se proponen como principios de solución a los problemas, esto como resultado de un esfuerzo de síntesis a partir de los indicios y regularidades que el mismo problema manifiesta durante las exploraciones. Las conjeturas requieren de una demostración para comprobar si la afirmación es falsa o verdadera.

Ejemplo de conjeturas

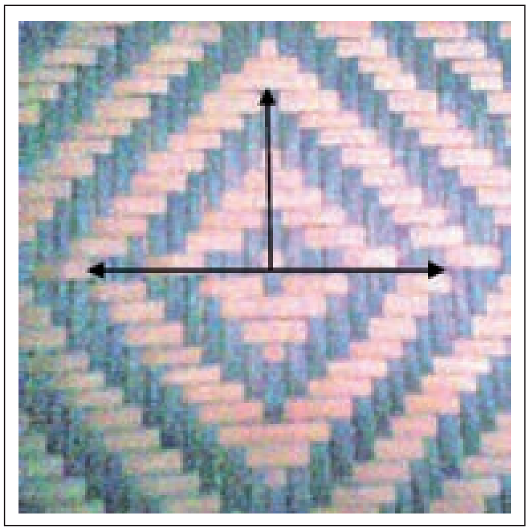
¿Cómo medir el tiempo nocturno si uno no tiene?

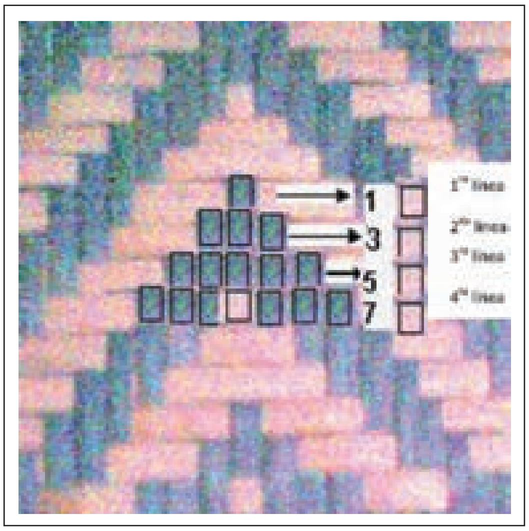
Luego de formulado el problema se plantea una conjetura, como aparece en el libro de etnomatemática de ACIMA, proyecto tema: la medida del tiempo nocturno:

Los sonidos que se escuchan en la selva durante la noche, son datos puntuales y aparentemente desordenados. Sin embargo una sugerencia/conjetura es entenderlos como marcas posibles a lo largo de un continuo temporal. Esta conjetura invita a identificar y analizar esos eventos para buscar correlaciones entre ellos y las marcas homogéneas del tiempo occidental.

Otra conjetura, relacionada con la geometría de los tejidos es la siguiente:

Problema: hallar la cantidad de cuadrados en la secuencia de las primeras líneas del tejido que se muestra en la gráfica izquierda y que están dentro de la región triangular demarcada por las flechas. En el problema hay que suponer que el cuadrado base es el que forma el vértice superior del triángulo y que las líneas de abajo se componen de cuadrados de ese tamaño (ver gráfico derecho).





Área donde se cuentan los cuadrados

Conjetura: la cantidad de cuadrados es igual a la suma de los números impares consecutivos y esa suma es un número cuadrado.

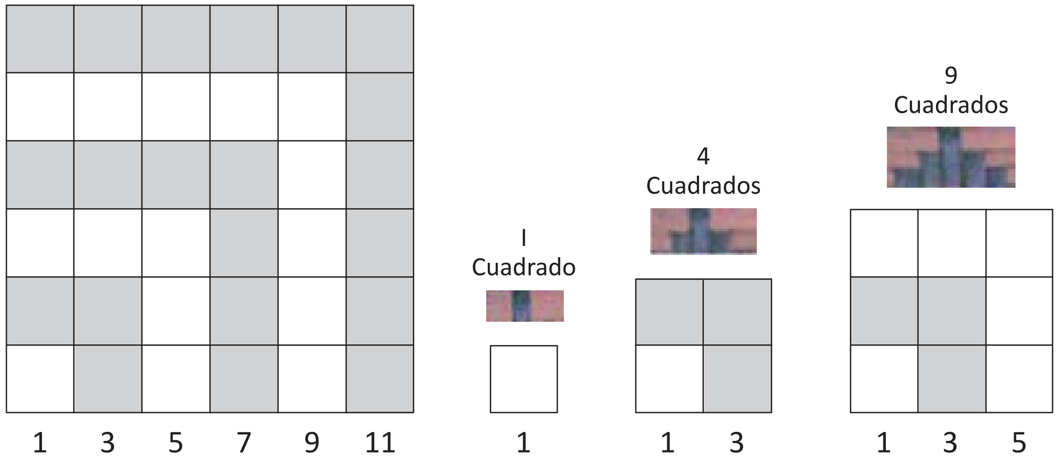
ESTUDIO DE LOS INDICIO
1 = 12 = 1
1 + 3 = 22 = 4 (cuadrado)
1 + 3 + 5 = 32 = 9
1 + 3 + 5 + 7 = 42 = 16
1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 52 = 25
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 62 = 36
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 72 = 49
....

Las formas de argumentación: la validación de conjeturas y resultados: son las estrategias discursivas, procedimentales, gráficas, o vivenciales utilizadas por los estudiantes para comunicar y verificar los resultados respecto a la validez o falsedad de las conjeturas que se generaron en las situaciones problemáticas. La demostración de las conjeturas como formas de argumentación se puede expresar por medio de analogías, basadas en la autoridad, en la lógica formal, en experiencias, en las evidencias, la intuición, etc. En matemáticas por lo general se utilizan diferentes formas de argumentación para comunicar y demostrar la validez o falsedad de una afirmación, entre estas formas encontramos: la demostración directa, el contraejemplo y la reducción al absurdo.

Ejemplos de validación de conjeturas y resultados (formas de argumentación): Un ejemplo de demostración por experiencia y observación es la solución al problema relacionado con la construcción de un calendario nocturno. La conjetura se demuestra construyendo un calendario nocturno como el que se muestra en la tabla siguiente, el cual se acepta como verdadero porque coincide con las observaciones y experiencias de un grupo de observación y registro.

AVE O INSECTO	HORA (INTERVALO DE TIEMPO)
Gallineta	5:30 PM puesta del sol
Chicharra	5:45 PM empieza a oscurecer
Lorito	12:30 - 1:00 AM aproximado
Grillo	1:00 - 2:00 AM aproximado
Gallo	2:00 AM
Grillo	3:00 AM
Partija	4:00 AM
Pava	4:30 - 5:00 AM aproximado empieza a esclarecer.

Un ejemplo de demostración directa puede ser la solución al problema relacionado con contar la cantidad de cuadrados en el tejido. La solución gráfica al problema y a la conjetura que resultó ser cierta se observa en el cuadrado más grande y se especifica paso a paso con los cuadros más pequeños.



Este gráfico es retomado parcialmente del libro rosquillas anidadas de Martin Gardner

Problema: establecer cuantos números naturales existen.

Conjetura: existen infinitos números

Demostración por reducción al absurdo. En este tipo de demostración se niega la conjetura y se llega a una contradicción. Si se genera contradicción significa que la conjetura es verdadera, si no es porque es falsa.

Negación de la conjetura: existen finitos números.

Como los números son finitos, entonces se puede suponer que N es el último número, pero podemos encontrar otro número más grande que N que es N + 1, y otro más grande que N + 1, que es N + 1 + 1; de manera repetida y sin límite. De esta manera se llega a una contradicción, pues da que existen un número finito de números, pero también un número infinito. Se concluye, por lo tanto, que la conjetura es verdadera, es decir existen infinitos números naturales.

Problema de divisibilidad

Un ejemplo de demostración por contraejemplo: lo que caracteriza a esta forma de demostración es que se busca un ejemplo que niegue la conjetura.

Conjetura: todos los números mayores a 16 que son divisibles por 8 también son divisibles por 3. El objetivo es encontrar un número que rompa con esta regla, en este caso es sencillo, porque fácilmente se puede ver que el número 32, es mayor de 16, es divisible por 8, ya que 8 x 4 = 32, pero no es divisible por 3, ya que no existe ningún número entero que multiplicado por 3 de 32.

Las formas de generalización: especificación del ámbito de aplicación: En la especificación del ámbito de aplicación se pueden observar dos maneras de proceder: 1) ir de lo particular a lo general, es decir encontrar una regla a partir de los indicios que se evidencian en la exploración del problema, o también mostrar las condiciones a partir de las cuales una colección de objetos matemáticos cumplen una cierta propiedad o relación; y 2) encontrar familias de problemas (problemas que en apariencia nada tienen que ver con el problema inicial) que se puedan resolver utilizando la solución encontrada o regla de generalización.

Ejemplos de generalización: el problema de contar la cantidad de cuadrados en el tejido, el cual está relacionado con sumar los números impares.

De acuerdo con las exploraciones se encontraron los siguientes casos particulares:

ESTUDIO DE LOS INDICIOS
1 = 12 = 1
1 + 3 = 22 = 4
1 + 3 + 5 = 32 = 9
1 + 3 + 5 + 7 = 42 = 16
1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 52 = 25
De acuerdo con los indicios, la regla es: la suma de los números impares siempre es igual al cuadrado del n-ésimo número impar.

La construcción de modelos: De acuerdo con Sadosvsky (2005) la actividad matemática implica la modelación, entendida como: un proceso que supone, en primer lugar, recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir –o utilizar– relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esa relación utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objeto de producir conocimientos nuevos sobre la matemática que se estudia.

Adicional a esta definición de modelo en matemáticas, es fundamental hacer explicitas las suposiciones, las aproximaciones y las creencias de los estudiante durante la construcción del modelo.

Ejemplos de construcción de modelos

El primer ejemplo retoma el problema relacionado con contar la cantidad de cuadrados en el tejido, el cual se representa matemáticamente por la suma de la secuencia de los números impares.

Líneas del tejido en orden *n* representa un número de línea	Cantidad de cuadrados desde la primera línea hasta la que se está contando. La cantidad de cuadrados se representa por S
1 o primera línea	1 = 1 = 12
2 o segunda línea	1 + 3 = 4 = 22
3 o tercera línea	1 + 3 + 5 = 9 = 32
4 o cuarta línea	1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 42
...	
n. o enésima línea	1 + 3 + 5 + 7 + ... + n = S = n2
Pava	4:30 – 5:00 AM aproximado empieza a esclarecer.
S = *n2* es el modelo matemático y la suma es una función cuadrática	

Un modelo matemático que vale la pena destacar acá fue uno que se desarrolló en la experiencia de aula con los estudiantes de la escuela comunitaria de Puerto Lago. El modelo se construyó al resolver un problema del eje temático de lógica y del proyecto: juegos de razonamiento lógico.

El problema es el siguiente: cierta cantidad de adultos van de cacería al salado, tienen que cruzar un río que está lleno de caimanes. Para pasar sólo disponen de una canoa que se encuentra en la orilla del río, donde hay dos niños. En la canoa caben solamente dos niños o un cazador con su equipaje.

Lo que se quiere encontrar es el número mínimo de viajes que se necesitan para pasar a los cazadores a la otra orilla del río. Un viaje sucede cuando se pasa la canoa de una a otra orilla del río.

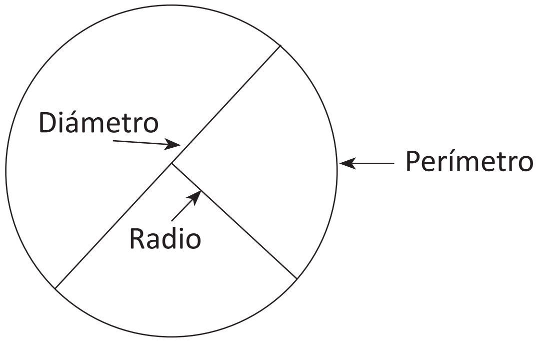
Después de realizar muchos intentos para cruzar los cazadores se construyó la siguiente tabla:

NÚMERO DE CAZADORES	NÚMERO DE VIAJES	RELACIÓN
C	V	
1	3	4 x 1 - 1
2	7	4 x 2 - 1
3	11	4 x 3 - 1
4	15	4 x 4 - 1
5	19	4 x 5 - 1
6	23	4 x 6 - 1
7	27	4 x 7 - 1
8	31	4 x 8 - 1
9	35	4 x 9 - 1
10	39	4 x 10 - 1
C	V	V = 4 x C - 1

El modelo muestra que el número de viajes V es igual a cuatro veces el número de cazadores C, menos uno.

El modelo matemático para encontrar el perímetro de la circunferencia

Radio = R
Diámetro = D = 2R
Perímetro = P



El modelo para hallar el perímetro P (medida de su longitud externa o circunferencia) de la circunferencia es:

$$P = 2\pi R$$

El Perímetro de la circunferencia, es igual al producto de dos veces la constante (pi) por el radio de la circunferencia.

Modelos de proporcionalidad

Problema: se sabe que, con 3 sobres de jugo, alcanza para preparar bebida para 10 personas. ¿Cómo se podría hacer para saber cuántas personas pueden tomar con 6, 9 y 12 sobres?

Las variables que entran en juego en este problema son: número de sobres de jugo y cantidad de personas que beben. Ahora la tarea consiste en hallar como es la relación de proporcionalidad entre estas dos variables. Para lograr este propósito, que es el que conduce a la construcción del modelo, es clave hacer una representación que permita hacer una buena exploración. Una opción es organizar la información en tablas así:

Cantidad de sobres de jugo = **N**	3	6	9	12	15	**N**
Cantidad de personas que pueden beber = **S**	10	20	30	40		**S**

De acuerdo con la secuencia de la tabla:

A 3 sobres les corresponden a 10 personas.

A 6 sobres que son iguales a 3 sobres + 3 sobres, les corresponden 10 per y 10 per, total 20 per.

A 9 sobres que son iguales a 3 sob + 3 sob + 3 sob, les corresponden 10 per y 10 per y 10 per, total 30 per.

A 12 sobres, entonces 40 personas.

La relación (proporcionalidad) que se encuentra entre N y S siempre es igual, pues:

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = \frac{9}{30} = \frac{12}{40} = \frac{15}{50} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{S}}$$

Entonces,

$$\frac{3}{10} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{S}}$$

y

$$\mathbf{N} = \frac{3\mathbf{S}}{10}$$

El modelo establece que la cantidad de personas es 3/10 de la cantidad de sobres, y que es una proporcionalidad directa. Es decir, entre mayor sea el número de sobres mayor será el número de personas que pueden beber (¡algo obvio!).

Tabla específica de referencia: eje temático geometría.

Esta tabla se construyó los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN (1998). Esta tabla es para apoyo al docente, en ella se establecen los niveles en que se pueden encontrar los estudiantes, por lo general los estudios cognitivos sobre el desarrollo del pensamiento geométrico parecen mostrar que la mayoría de los estudiantes no pasa del nivel III. Los lineamientos del MEN señalan el carácter cualitativo y progresivo de las competencias cognitivas según grados y edad, tal como propone esta tabla.

NIVELES COGNITIVOS EN GEOMETRÍA
Nivel I Es el nivel de visualización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo, sin establecer relaciones entre las formas y sus partes. Un niño de seis años puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo y puede recordar de memoria sus nombres. Pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo. En este nivel los objetos sobre los cuales razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.
Nivel II Es un nivel de análisis, de conocimiento de los componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Esas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujos, construcción de modelos, etc. El niño ve que el rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general. Pero él es incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades (reglas) que asocian con estas figuras.
Nivel III Llamada de ordenamiento o clasificación, las relaciones y clasificaciones empiezan a quedar clasificadas, pero solo con ayuda y guía. Pueden clasificar las figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades (o reglas) y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones; por ejemplo, un cuadrado es identificado como un rombo porque puede ser considerado como “un rombo con propiedades adicionales”. El cuadrado se ve como un caso particular del rectángulo, el cual es un caso particular del paralelogramo. Comienzan a establecer las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento. En este nivel, los elementos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.
Nivel IV Este es ya razonamiento deductivo, en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.
Nivel V Es el del rigor, es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Otra tabla específica de referencia para observar el proceso de aprendizaje en geometría es utilizando las variables y/o categoría de cognición. La siguiente tabla se construyó en base en la tabla de referencia del eje temático de geometría y sobre las observaciones realizadas con los estudiantes de la escuela comunitaria de Puerto Lago.

NIVEL/ COGNICIÓN	SENSORIO-MOTOR Y PREOPERA-TORIO	OPERACIONES CONCRETAS		OPERACIONES FORMALES	
	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel IV	Nivel V
Exploración	Visualización global de los objetos y percepción experiencial de los objetos físicos.	Se miran detalles o partes que componen la figura, se construyen y observan figuras como si fueran rompecabezas.	Establece compara-ciones para identificar similitudes y diferencias entre las figuras. Lo hace directamente sobre objetos e imágenes de estos. Se realizan experimenta-ciones.	Se explora a partir de las definiciones, los axiomas y teoremas. También con experimenta-ción y simulación.	Lo hacen a partir de los axiomas y las abstracciones y utilizando el sistema de los símbolos respectivos para ello.
Represen-tación	Se denotan solo aspectos generales de las figuras.	Identifican detalles en las figuras por medio de dibujos y modelos físicos a escala.	Logran representar figuras tridimensio-nales en modelos a escala y en dos dimensiones estableciendo detalles de la misma.	Empiezan a hablar de los objetos geométricos a partir de sus definiciones y características. Aun no logran manipular todo el lenguaje simbólico de la geometría.	No utilizan modelos de referencia, lo hacen de manera abstracta. Ejemplo, circunferencia es el conjunto de puntos que cumplen la siguiente condición y2 = r 2 + x2

Formas de conjeturar	Van de lo particular a lo y sobre imágenes globales.	Se plantean inductivamente propiedades y relaciones entre el todo y las partes en las formas y figuras.	Definen una clasificación de acuerdo a unas propiedades generales y establecen si una figura en particular la cumple para vincularla a su clasificación jerárquica.	Inducen las propiedades generales a partir de acumular mucha información geométrica particular que cumple ciertas propiedades o teoremas.	Deductivamente y de manera rigurosa. Generalmente plantean fórmulas o enunciados formales simbólicos y abstractos.
Tipos de solución	Reproduce las figuras y da sus nombres pero no va más allá.	Identificación de las propiedades de las figuras.	Establece clasificaciones jerárquicas donde se encuentran propiedades generales y pueden incluirse grupos de figuras como casos particulares.	Establecen definiciones, axiomas y teoremas y observan si cumplen con esas condiciones.	Construcción de modelos geométricos abstractos que cumplen formalmente los axiomas y teoremas.
Argumentación	Usa los objetos o cualidades que conoce como referencia para describir la formas.	Induce las propiedades de las figuras caracterizando a la misma.	Construye argumentos informales para justificar las clasificaciones. También explica por medio de experimentos confirmadores.	Razona deductivamente, propone una explicación que incluye el caso problemático, pero no busca generalizar o abstraer. No hay rigor en la demostración.	Razona formalmente a partir de axiomas definiciones y teoremas y de manera rigurosa.

Generalización	No establece relaciones geométricas para hablar sobre las figuras, lo hace desde analogías: “se parece a una hoja”, “es redondito”.	Conjunto de propiedades que caracterizan a una figura en particular.	Se construyen clasificaciones que involucran grupos de figuras que cumplen ciertas propiedades; por ejemplo el cuadrado es un rombo con lados y ángulos iguales. Necesitan el referente gráfico.	Se construyen reglas generales que cumplen las propiedades geométricas y entran en contradicción con las definiciones, axiomas y teoremas.	Construyen abstracciones geométricas en forma de símbolos que son coherentes y lógicos con los axiomas.

Tercera herramienta: ficha técnica, identificación de los conocimientos previos de los estudiantes, como lo manifestó el sicólogo educativo David Ausubel (1973), el factor discreto más importante en influir el aprendizaje, es lo que el aprendiz ya conoce.” Con el uso de este instrumento se busca establecer y organizar los conocimientos previos de los estudiantes respecto a un problema o un tema en particular. En la ficha de los conocimientos previos se identifican y registran los niveles de desarrollo cognitivo establecidos en las tablas de referencia correspondientes a la segunda ficha. Con esa información el docente podrá saber el nivel en que se encuentra el estudiante o el grupo, y lo que saben respecto de un problema o tema. Las interpretaciones sobre conocimientos previos deben ser sometidas a medios de verificación, tales como huellas de pensamiento y testimonios dejados por los estudiantes. Esto permitirá al docente tener un punto de partida desde el cual se iniciará la construcción y ampliación del conocimiento de los estudiantes, así como su sentido y pertinencia.

Para lograr identificar los conocimientos previos es necesario responder a las siguientes preguntas: 1) ¿Cuáles son los tipos de conocimientos previos a identificar? y 2)¿Qué instrumentos permiten reconocer los conocimientos previos de los estudiantes?

En relación con la primera pregunta: Valls (1992) considera los siguientes tipos de conocimientos previos: 1) de tipo conceptual como las tablas, cuestionarios, diagramas y mapas; 2) de tipo procedimental, requiere de tareas en las que sea posible observar de manera más o menos directa la secuencia de pasos que llevan a cabo los estudiantes en relación al procedimiento que se desea determinar y explorar; y 3) de tipo actitudinal y normativo, parece adecuado recurrir a la exploración mediante instrumentos de carácter más abierto, como la observación, el diálogo profesores - alumnos a partir de unas preguntas guía o de plantear situaciones en las que los alumnos deban aportar soluciones o respuestas a un problema recurriendo a las actitudes o valores que han ido construyendo hasta ese momento.

En relación con la segunda pregunta: no existe un solo instrumento para determinar los conocimientos previos de los estudiantes, ni una correspondencia uno a uno con los tipos de conocimientos previos. Es por ello que el docente, de acuerdo a sus propósitos y objetivos, es quien establece la pertinencia de los instrumentos a utilizar en cada problema o tema particular. A continuación se identifican algunos de los instrumentos o herramientas de observación de conocimientos previos:

- Consultas orales: sobre los temas y problemas a desarrollar, las cuales se deben realizar a partir de preguntas abiertas.
- Actividades escritas: Son las actividades en las que el estudiante debe reflexionar y escribir acerca de lo que ya sabe en relación con un nuevo contenido. Estas incluyen: anotaciones rápidas, cuaderno de diario y bitácoras de aprendizaje.
- Fichas saber, desear y necesidad (S-D-N): es una técnica pedagógica utilizada para activar el conocimiento previo del estudiante, fijar metas y registrar nuevo conocimiento frente a un tema.
- Actividades de pensamiento: son las acciones y operaciones mentales del estudiante para efectuar predicciones, elaborar listas, jerarquizar ideas y realizar analogías con base en sus conocimientos previos.
- Discusiones y diálogos: Las discusiones y diálogos entre docentes y estudiantes y con toda la clase, activan el conocimiento previo del estudiante, pues brindan oportunidades para compartir oralmente ideas y discutir opiniones.

En este texto se hace énfasis en los tres últimos instrumentos, puesto que son los que más se utilizaron en la sistematización de experiencias de aula y los que permiten identificar el desarrollo cognitivo y conceptual de acuerdo con las tablas de referencia. Retomando en parte las ideas sobre conocimientos previos de Peshkin (1992) y las experiencias de sistematización de este proyecto, los instrumentos para identificar los conocimientos previos son:

a. Las fichas Saber-Deseo y Necesidad.
   La ficha Saber-Deseo-Necesidad es uno de los organizadores más empleados para identificar el conocimiento previo de los estudiantes. Esta sencilla forma de recoger información al respecto de los conocimientos de los estudiantes se activa al preguntarles qué saben acerca de un tema, e induce a visibilizar las primeras ideas construidas por los estudiantes antes de que el tema se trate a fondo. En la columna ¿Qué sabe? Los estudiantes o el grupo deben hacer explícito lo que saben sobre el tema, evidenciando su saber con un testimonio. Luego, en la columna ¿Qué quiere saber? De manera individual o grupal se motiva una lluvia de ideas por medio de preguntas en torno a lo que desean saber. Finalmente en la columna ¿Qué necesitan saber? El docente recoge el sentir de la comunidad y su experiencia y establece lo que es necesario saber sobre el tema. En los proyectos tema esta pregunta hace referencia a los logros.

   Una ficha S-D-N puede utilizarse en cualquier grado o nivel. Puede emplearse al inicio del proyecto tema y servir de referencia a lo largo de todo el proyecto. Usualmente no constituye una manera de evaluar sino una oportunidad para que los estudiantes dejen plasmadas sus ideas y preguntas, sin el temor de ser juzgados o calificados. Esta también contribuye a la organización del pensamiento del estudiante y puede ser un punto de partida para la discusión entre compañeros, o entre toda la clase.

Ejemplo de una ficha S-D-N

Nombre: ____

Grado: ____

Proyecto tema: __________________________________

Por ejemplo, en el proyecto tema sobre la geometría de una canoa estable, los contenidos de la ficha se podrían organizar así:

(MEDIO DE VERIFICACIÓN)	LO QUE DESEA SABER LOS ESTUDIANTES	LO QUE NECESITAN SABER LOS ESTUDIANTES
En la construcción de la canoa es necesario tumbar, labrar, marcar, bajar mesa, escarbar, construir la popa, quemar y jalar para echar la canoa al agua. Su estabilidad depende de que el espinazo sea planito. Dibujo del niño que muestra la canoa con el espinazo.	¿Qué significa que una canoa sea estable? ¿Cuál es la técnica del canoero para hacer una buena canoa?	¿Cuáles son las figuras geométricas que componen a la canoa? ¿Culturalmente qué requisitos hay que cumplir para hacer una canoa? ¿Cómo influyen las formas que componen la canoa en su estabilidad? ¿Cuál es el procedimiento para hacer una canoa estable utilizando medidas?

b. La ficha de actividades de pensamiento

Predicciones

En matemáticas, las predicciones constituyen una actividad del pensamiento de probada efectividad en todo nivel escolar, incluyendo prácticamente todos los campos de conocimiento curricular. Al inicio de un proyecto se le propone a los estudiantes realizar predicciones sobre lo que se estudiará, basadas en sus conocimientos previos. A los estudiantes se les da la oportunidad de adelantarse a los hechos o adivinar, sin la preocupación de ser juzgados o calificados si se equivocan. Con las predicciones los estudiantes están más concentrados y comprometidos con el contenido, y tienen un interés personal en el conocimiento. Usualmente, si sus predicciones resultan incorrectas, pensarán en nuevos conocimientos para corregir su parecer y aprender a partir de sus ideas y conjeturas. El uso de predicciones dispara el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, al poner en acción sus destrezas evaluativas, comparativas y analíticas.

A continuación se explica el uso de la herramienta que se utiliza para recoger el pensamiento previo de los estudiantes cuando hacen predicciones en situaciones que implican adivinar lo que va a suceder. En la primera columna se establece o asigna la situación problemática a predecir por los estudiantes. En la segunda columna se especifica la predicción hecha por el estudiante. En la tercera columna el docente describe el conocimiento o la idea clave que caracteriza el pensamiento previo del estudiante ante la situación. Un ejemplo de cómo se llena la ficha de predicción se muestra a continuación:

Nombre: ____

Grado: ____

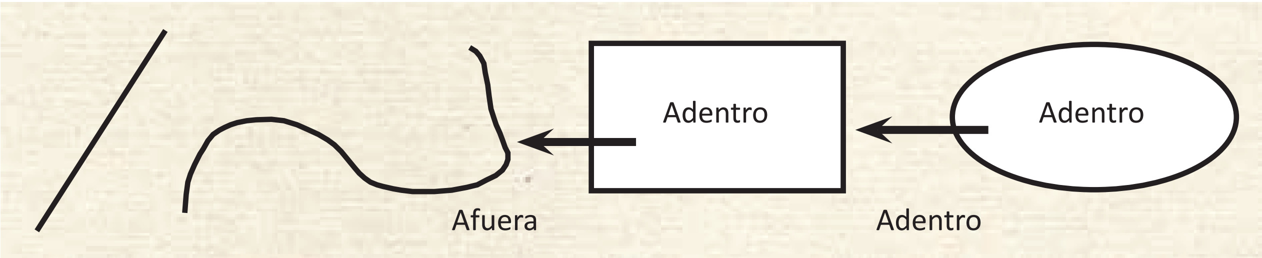
Proyecto tema: ___________________________________

ASIGNACIÓN DE LA PREDICCIÓN	PREDICCIÓN DEL ESTUDIANTE	IDENTIFICACIÓN DEL CONOCIMIENTO PREVIO
Ejemplo de una asignación de predicción: basado en lo que usted sabe acerca de las canoas y su estabilidad, ¿qué predice usted que podría pasarle a una canoa cuando la empujamos hacia un lado sabiendo que su espinazo es tan delgado como una línea? ¿Por qué piensa que podría suceder eso?	Ejemplo de predicción del estudiante: predigo que la canoa se irá para un ladito y no volverá a sentarse sobre el espinazo porque si el espinazo no es planito no tendría como sostenerse en el agua.	Implícitamente existe una idea de equilibrio basado en el contacto que existe entre el área del espinazo de la canoa y la superficie del agua. Si el lado ancho del espinazo se aproxima al valor cero el regreso al equilibrio es prácticamente imposible.

c. Fichas técnicas para el análisis de diálogos
Muchas veces no es suficiente visibilizar el pensamiento previo de los estudiantes con las dos fichas anteriores. En tal situación, si el docente cree que necesita profundizar más en lo que saben los estudiantes sobre el tema o problema, entonces se sugiere que utilice como apoyo los diálogos. Los aspectos más relevantes a tener en cuenta en los diálogos son: 1) los niveles de conceptualización de los estudiantes, 2) las formas de argumentación, y 3) las ideas y conjeturas que subyacen a lo que dicen los estudiantes. Para hacer más ilustrativa la importancia de los diálogos se muestra un ejemplo que se dio en el eje de geometría, proyecto: estabilidad de la canoa, con los estudiantes de la escuela de Puerto Lago en octubre de 2008. P es el docente y E el estudiante.

P: ¿Cuando hablamos de figuras, incluimos a las líneas?
E: Unos si, otros no.
P: ¿Los que dicen "si", por qué creen que las líneas son figuras?

E: Porque tienen forma.
E: Los que dijeron "no" preguntan ¿Qué forma tienen las líneas?
E **No:** Los que dijeron "no" respondieron: las curvas tienen forma de culebra, de mareas y forma torcida, y las rectas tienen forma de estantillos y forma horizontal, vertical, hasta inclinada.
E: Los que dijeron "no" se quedan callados un rato pero afirman: No, figuras son por ejemplo: un triángulo, un circulo y un cuadrado.
P: Hasta el momento lo que se ha dicho es que todos tienen forma, no importa si se trata de líneas o cosas como círculos y triángulos. Miremos en qué se diferencian las líneas y las cosas como círculos, cuadrados y triángulos. (Se dibujan en el tablero).



E **SI:** Los que dijeron "si": una figura tiene una parte de adentro y otra afuera, en cambio en las líneas no se puede saber eso, y adentro tienen espacio, eso es lo importante de una figura.
E: Otro complementó y dijo: si, si, adentro tienen área y eso no lo tienen las líneas. También están formadas por líneas cerraditas (que no tienen extremos abiertos).
P: ¿Que dicen los que pensaron que las líneas son figuras?
E: ¡No perdimos del todo! porque las figuras están formadas por líneas.

Construcción de la ficha técnica para el análisis de diálogos. Como los contenidos van a ser en todos los casos una interpretación y valoración del docente pero tampoco se puede escribir cualquier cosa, es necesario ser un observador sistemático.

CONCEPTOS	CONJETURAS (IDEAS)	FORMAS DE ARGUMENTAR
Forma y tipos de formas Líneas y tipos de líneas Figuras Interior y exterior (adentro y afuera) Frontera Espacio Área	El conocimiento previo de los estudiantes establece que las figuras se caracterizan porque se puede diferenciar un adentro y un afuera, y se pueden construir a partir de líneas que se cierran. Además las figuras tienen área adentro.	Se refieren sobre todo a mostrar visualmente objetos del entorno que reflejan los objetos geométricos en discusión. Construyen los conceptos con base en su experiencia visual y en las ideas y conjeturas que tienen sobre los objetos y en las formas como clasifican.

d. Ficha de referencia específica de los procesos de pensamiento previos
Como último paso en la identificación de los conocimientos previos de los estudiantes, se construye una ficha para determinar el nivel en que se encuentra un estudiante y el grupo respecto al proceso de aprendizaje cognitivo en cada eje temático. Esta ficha tiene el mismo esquema que la tabla de referencia específica para observar el proceso de aprendizaje cognitivo, pero se deja vacía para que el docente muestre con testimonios u observaciones que el estudiante o grupo se encuentra en determinado nivel. Para lograr este propósito se debe tener en cuenta: 1) las tablas específicas de referencia de desarrollo cognitivo por ejes (números, geometría, medidas, estadística y lógica); 2) las fichas específica de referencia para observar el proceso de aprendizaje cognitivo (representación, exploración, formas de conjeturar, tipos de solución, formas de argumentación, formas de generalización); y 3) la información recogida en las fichas anteriores.

Sin embargo, como sólo se ilustra la ficha para el eje temático de geometría, es necesario que el docente construya las fichas específicas de referencia para los otros ejes retomando: 1) bibliografía existente sobre el desarrollo cognitivo por ejes temáticos en matemáticas; 2) los lineamientos y estándares de matemáticas propuestos por el MEN; y 3) la experiencia directa en el trabajo, tanto del aula como en la cultura. En cuanto a las tablas de referencia es importante que se determine el nivel de desarrollo cognitivo del estudiante en cada eje a partir del proyecto y el problema que está trabajando, pero teniendo en cuenta la información recogida en las fichas o tablas anteriores. Es decir, la información recogida en las fichas anteriores debe quedar sintetizada en la ficha de los procesos de aprendizaje del estudiante.

Ficha específica de referencia para observar el proceso de aprendizaje por eje temático de un estudiante o un grupo. En cada nivel encontrado es fundamental mostrar una evidencia, medio de verificación o testimonio que garantice que el estudiante o el grupo se ubica en ese nivel. A continuación se muestra un ejemplo de cómo se podría llenar esta ficha, retomando la experiencia realizada con los estudiantes de la escuela de Puerto lago en el proyecto tema: geometría de una canoa estable. Según esa primera experiencia se observa que los estudiantes en el eje temático de geometría no pasan del nivel II.

Estudiante: ______________________________

Grado: ______________________________

Proyecto: ______________________________

NIVEL/ COGNICIÓN	ESPECIFICACIÓN DE LAS ETAPAS DEL DESARROLLO COGNITIVO				
	Nivel I	Nivel II	III	IV	V
Exploración	Se hacen experimentos, modelos y dibujos pero sólo se observa si la canoa se hunde o no se hunde, es decir se restringe a lo que la vista capta de manera general.	Se empieza a experimentar con diferentes partes (formas) de la canoa para ver cuál es la que más influye, primero desde dibujos y después con modelos a escala.			
Representación	Primeros dibujos de unos pocos estudiantes donde se observa la canoa de forma global y no en detalle. Y construcción de canoas a escala con prototipos fijos. La estabilidad no la representan en ninguna parte de la canoa sino en su forma general.	Varios estudiantes dibujan la canoa teniendo en cuenta partes: proa, popa, barriga, etc. y las especifican en los dibujos y modelos a escala. Representan en el dibujo la parte de la canoa que influye en la estabilidad, espinazo, quilla, etc.			
Formas de conjeturar	La canoa se estabiliza porque su forma está hecha para que no se voltee, porque el canoero maneja la técnica.	Lo que influye es el espinazo: si el espinazo no es planito no tendría cómo sostenerse en el agua. Se identifica la parte que más influye y se describe geométricamente.			
Tipos de solución	Son las respuestas que están establecidas culturalmente, y las reproducen como prototipos para contestar las preguntas y responder al problema.	Hay un pensamiento más práctico y experimental, buscan con el docente las figuras geométricas y las formas que influyen en la estabilidad de la canoa.			

Argumentación	Repiten lo que escuchan de los adultos: la canoa se estabiliza porque es la técnica del canoero. Y también porque la experiencia lo muestra, pero solo dicen: así es.	Continúan aferrados a las explicaciones culturales pero están interesados en acompañar eso con lo que muestra la experimentación y la identificación de las formas que influyen en la estabilidad.			
Generalización	Varios estudiantes nombran las figuras, pero cuando las dibujan no coinciden con el nombre que les asignaron. Por ejemplo hablan del triángulo y cuando lo muestran en el dibujo han hecho un rombo. Asumen las figuras como cosas completas. En la estabilidad sólo se limitan a decir que es la forma de la canoa.	Todas las figuras están formadas por líneas horizontales, verticales y oblicuas, y entran en la clasificación de cuadrados, rectángulos, triángulos, rombos, y círculos. Para la estabilidad se quedan en buscar las formas y partes que influyen, pero no buscan principios físicos de estabilidad.			

La cuarta herramienta: ficha técnica, evolución de los aprendizajes de los estudiantes, con esta ficha se pretende hacer un monitoreo del proceso de construcción de conocimiento, en donde se describan todos los cambios cognitivos, actitudinales y ambientales que se observaron durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes. En esta ficha se registra todo lo que sucede durante el desarrollo del proyecto tema, enfatizando sobre todo en los momentos más significativos del trabajo: descubrimientos, testimonios o medios de verificación, comprensión de conceptos, surgimiento de ideas claves, errores constructivos, cambios conceptuales, anécdotas, diálogos mayéuticos, formas de participación, interacciones productivas y no productivas, re-direccionamientos del proyecto, los procesos de pensamiento, etc.

a. Ficha de monitoreo del proceso de aprendizaje
   A continuación se muestra la primera ficha para realizar el monitoreo de una clase y los aspectos a tener presentes durante la observación de la misma: 1) descripción de la forma de trabajo; 2) identificación de generación de ideas claves o interesantes que valga la pena resaltar; 3) descubrimientos que contribuyeron o apartaron a la solución del problema; 4) cambios en los conceptos de los estudiantes, explicando la causa que produjo el cambio; 5) intervenciones del docente especificando el momento, las causas, el para qué lo hizo y sus efectos en la clase; y 6) la narración de diálogos, que pueden

ser clase-docente, líder-estudiantes, estudiantes-estudiantes. En el caso de la columna de la narración de diálogos, por facilidad es mejor hacerlo fuera de la tabla, lo que se ubica en la columna es lo relacionado con los nuevos conceptos, las nuevas conjeturas y las nuevas formas de argumentar. Para ejemplarizar acá el uso de la ficha se retoma muy resumido el proyecto de la geometría de una canoa estable, el cual se sistematizó con los estudiantes de la escuela de Puerto lago.

Estudiante: ______________________

Grado: ______________________

Proyecto: ______________________

Fecha: ______________________

Tiempo de trabajo: ______________________

Actividad realizada: ______________________

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO	GENERACIÓN DE IDEAS CLAVES O INTERESANTES	DESCUBRIMIENTOS RELEVANTES	CAMBIOS EN LOS CONCEPTOS Y POSIBLES CAUSAS	INTERVENCIONES DEL DOCENTE Y CAUSAS	NARRACIÓN DE DIÁLOGOS
Se realizó una visita al canoero más experimentado de la comunidad para completar el procedimiento de la construcción de la canoa y la técnica para conseguir su estabilidad. Exploración	La estabilidad depende de la técnica del canoero y de otros factores basados en la autoridad. –Construyamos canoas a escala y experimentemos su estabilidad en el agua. ¿Cuál es la parte de la canoa que más influye?	Ni la popa ni la proa influyen en la estabilidad de la canoa, pero sí en la facilidad para el desplazamiento. La estabilidad depende de la simetría de la canoa y del área del espinazo de la canoa, pero entre mayor sea su área, menor será su velocidad.	Los cuadrados son cuadriláteros que tienen sus lados y ángulos iguales. Las sillas o bancos de las canoas no son rectángulos sino trapecios.	Cuando se vio que la parte (canal o cuerpo) de la canoa que más influye no se había estudiado geométricamente, fue necesario detenerse un momento. Se dedicó tiempo a estudiar algunas características geométricas de esa figura, que son fundamentales para la estabilidad.	Aparece el concepto de “simetría” y de “reflexión” de una figura. Se argumenta principalmente desde criterios experimentales, es decir, se toma como verdadero lo que muestra el experimento.

En la ficha de ejemplo se muestra una manera de organizar la información recogida durante el desarrollo del proyecto tema: geometría de una canoa estable, teniendo en cuenta todos los niveles por lo que pasó el grupo de estudiantes. En la ficha se observa que durante el desarrollo del problema se especificaron muchos más detalles y condiciones para la estabilidad de la canoa, a pesar de que los estudiantes obtuvieron avances, el conjunto del grupo continúo en el nivel II.

Estudiante: ____________________

Grado: ____________________

Proyecto: ____________________

NIVEL/ COGNICIÓN	ETAPAS DEL DESARROLLO COGNITIVO (UBICAR LOS NIVELES SEGÚN SE ACOPLEN CON LAS ETAPAS DE DESARROLLO COGNITIVO ESTUDIADAS)				
	Nivel I	**Nivel II**	**III**	**IV**	**V**
Exploración		Construcción de objetos geométricos basados principalmente en aproximaciones de las propiedades de las líneas rectas, curvas y ángulos. Exploraciones a través de la superposición de figuras geométricas. Este es un nivel de exploración mucho más complejo para el estudiante. Varios construyen gráfica o físicamente la canoa partiendo de esos bloques mayores. Experimentos para verificar. Construcciones geométricas con regla y transportador.			

Representación	No perciben la dimensión de fondo (profundidad), y no la proyectan de ninguna forma en sus dibujos En los dibujos no evidencian que se representa una canoa. Se necesita la explicación del estudiante para identificar el objeto. Proyectan la dimensión de fondo en todo el conjunto de la canoa y solamente de manera global, la cual da la apariencia de que se está representando a un objeto de tres dimensiones.	Son muy pocos los estudiantes que logran representar un objeto tridimensional como la canoa por medio de un dibujo plano. En este caso se observa otra forma de representación que de manera general logra proyectar la dimensión del fondo hasta en los detalles o partes de la canoa. En algunos estudiantes, la dimensión del fondo de una figura se hace por medio de tonalidades de colores o de sombras en el objeto, y se representa principalmente en las figuras que son circulares o en parte cilíndricas.			
Formas de conjeturar		Todas las figuras formadas por líneas rectas por aproximación son rectángulos, triángulos o rombos. En el caso de las figuras geométricas de la canoa esto se cumple en algunos estudiantes. La estabilidad de la canoa depende de la base de la canoa, entre más plana más estable.			
Tipos de solución		Para lograr la estabilidad de la canoa debe rasparse por debajo y se arregla a los lados. Que el espinazo sea ancho. Que sea de barriga ancha y que tenga quilla. Se introduce la simetría como condición para lograr que la canoa sea estable.			

Argumentación	Depende del canoero y de la técnica: esta argumentación está basada en la autoridad que culturalmente se le reconoce a los especialistas en hacer canoas.	Se pasó de decir “la experiencia lo demuestra”, a decir: “el experimento lo confirma”. Cuando los estudiantes observan que el experimento confirma un comportamiento, en este caso la estabilidad de la canoa en el rio y en el platón con agua, simplemente dicen: “en el experimento se vio”.			
Generalización	Muy pocos siguen pensando que sólo la forma global de la canoa es la causa de la estabilidad.	La mayoría de los estudiantes aún continúa pensando que la estabilidad depende de algunas partes de la canoa y en la forma de estas. En las figuras geométricas de la canoa se identificaron las propiedades que producen la estabilidad y se definieron teniendo en cuenta la forma de sus lados y ángulos.			

La quinta ficha técnica: aprendizajes logrados por los estudiantes, esta ficha establece los cambios conceptuales y el conocimiento logrado por los estudiantes durante un periodo de aprendizaje; se puede concebir como una evaluación de lo aprendido, pero no como un juicio de valor. El objetivo de las fichas en esta sección es recoger, analizar y sintetizar de acuerdo con unos criterios todo el trabajo realizado en el desarrollo del proyecto, es el estado de llegada o final del proyecto. Las herramientas a utilizar, aunque con pequeñas modificaciones, son prácticamente las mismas que las de la tercera herramienta o ficha de los conocimientos previos de los estudiantes. Sin embargo, se adicionan algunas fichas que tienen que ver con el análisis del proyecto, las cuales están relacionadas con lo cognitivo, lo actitudinal y la dinámica escolar generada.

Además, el procedimiento que se sigue es similar al que se planteó en la segunda ficha, es decir: 1) Se construye la ficha Saber-Desear-Necesitar-Aprender (S-D-N-A) y se determina lo que aprendió el grupo o el estudiante durante el proyecto; 2) Si se hicieron nuevas actividades de pensamiento se hacen explícitas las nuevas formas de predecir de los estudiantes y las analogías y ejemplos utilizados; 3) Se organizan en la ficha, en forma de balance y como estado final del proceso, los niveles de desarrollo cognitivo logrados durante el proyecto tema, en relación con los procesos de aprendizaje (exploración, representación, producción de conjeturas, argumentación y generalización) y con el eje temático correspondiente (números, geometría, medidas, lógica y estadística); y 4) Se realiza el análisis del proyecto estableciendo los niveles cognitivos o cambios conceptuales que se dieron en él: los cambios a nivel actitudinal y los cambios en la dinámica escolar.

a. La ficha Saber-Desear-Necesitar-Aprender (S-D-N-A)
   La ficha Saber-Desear-Necesitar-Aprender es un organizador que permite comparar, tanto el conocimiento previo deseado por los estudiantes y el conocimiento deseado socialmente, con el conocimiento aprendido. También posibilita saber cuánto se avanzó y cuanto faltó abordar en un tema, con respecto al conocimiento deseado por el estudiante y el que se necesita socialmente. En la primera y segunda columna se vuelve a recordar el punto de partida del proyecto: qué sabían los estudiantes, qué deseaban saber y aquello que necesitaban saber. En la tercera columna se especifica lo que aprendieron; es importante que estos nuevos conocimientos se apoyen en testimonios de los estudiantes o algún medio para verificarlo. Si se tiene una buena tabla de información, será más fácil identificar los cambios conceptuales, de ahí la importancia de esta ficha.

Para mostrar el uso de esta ficha se retoma nuevamente el proyecto de la geometría de una canoa estable, se especifica el punto de partida del estudiante o sus conocimientos previos (lo que sabían) y el punto de llegada o conocimientos posteriores logrados (lo que aprendieron), pero se hace de muy general por ser un ejemplo.

Nombre: ____

Grado: ____

Proyecto tema: ___________________________________

Fecha de terminación: ____________________________

LO QUE SABÍA EL ESTUDIANTE (MEDIO DE VERIFICACIÓN)	LO QUE QUERÍA SABER EL ESTUDIANTE	LO QUE APRENDIÓ EL ESTUDIANTE (MEDIO DE VERIFICACIÓN)
En la construcción de la canoa es necesario tumbar, labrar, marcar, bajar mesa, escarbar, construir la popa, quemar y jalar la canoa para echarla al agua. Su estabilidad depende de que el espinazo sea planito. Verificación: Dibujo del niño que muestra la canoa con el espinazo.	¿Qué significa que una canoa sea estable? ¿Cuál es la técnica del canoero para hacer una buena canoa? Lo que necesitaba saber ¿Cuáles son las figuras geométricas que componen la canoa? ¿Culturalmente qué requisitos hay que cumplir para hacer una canoa? ¿Cómo influyen las figuras que componen la canoa en su estabilidad? ¿Cuál es el procedimiento para hacer una canoa estable utilizando medidas?	Las canoas con lados curvos son más estables que las de lados planos. Las canoas simétricas son más estables. Entre más plana sea la base de la canoa (espinazo), más estable es la canoa. Entre mayor sea el área de la base del plano de la canoa, menor es la velocidad,… La técnica incluye desde hacer curación, escoger el árbol, saber tumbarlo, hasta medir con precisión la mesa.

Al usar esta ficha, el docente puede evidenciar como los estudiantes están construyendo significados a partir de lo que han aprendido: compara su nuevo conocimiento con lo que ya sabían. Esto también los mantiene enfocados e interesados en el contenido, y constituye una manera de reconocer lo que han aprendiendo. Finalmente, la tabla podría servir como un documento de evaluación que permite hacer mejores informes para los padres de familia y mostrar lo aprendido por el estudiante y lo que quedó pendiente.

b. Fichas posteriores de actividades de pensamiento
   Si el docente planteó otras situaciones problemáticas con predicciones, o si utilizó nuevamente las predicciones de los conocimientos previos, es importante que muestre las nuevas predicciones logradas, para así determinar los cambios conceptuales de los estudiantes. La ficha de las predicciones posteriores permitirá comparar cómo estaba pensado el estudiante antes y como está pensando ahora, lo cual hará evidente los cambios conceptuales y las causas que provocaron esos cambios.

Un ejemplo de ficha de predicción posterior es la referida al proyecto sobre la estabilidad de la canoa. En este caso se deja la asignación de predicción que se planteó como ejemplo en los conocimientos previos.

ASIGNACIÓN DE LA PREDICCIÓN	PREDICCIÓN DEL ESTUDIANTE POSTERIOR	IDENTIFICACIÓN DEL CONOCIMIENTO POSTERIOR
Ejemplo de una asignación de predicción: basado en lo que ha aprendido acerca de las canoas y su estabilidad ¿qué cree usted que podría pasarle a una canoa cuando la empujamos hacia un lado sabiendo que su espinazo es tan delgado como una línea? ¿Por qué piensa que podría suceder eso?	Ejemplo de predicción posterior del estudiante: creo que depende de que tan cachetona (con lados curvos) sea la canoa. Si es cachetona y simétrica la canoa tratará de regresar a su posición porque se balancea, si no es cachetona (porque tiene lados planos) así sea simétrica no puede regresar a como estaba antes. Esto fue lo que observé en el experimento que se hizo sobre cada parte de la canoa.	Se logra una idea de equilibrio (volver a su posición) mucho más clara, basada básicamente en la forma y la simetría de la canoa. La simetría es una condición necesaria para el equilibrio pero no es suficiente. También se necesita que la forma permita el balanceo y el regreso al equilibrio. Las canoas estables son las que tienen los costados curvos (más cachetonas o barrigonas).

Lo mismo se puede hacer a partir de los diálogos que se propiciaron durante el desarrollo del proyecto, tarea que permitirá profundizar en los nuevos conceptos, ideas, conjeturas y formas de argumentar de los estudiantes.

c. Ficha de referencia específica del proceso de pensamiento para los aprendizajes logrados
   Esta ficha de referencia específica determina los conocimientos logrados por un estudiante o un grupo por eje temático. En cada nivel encontrado es fundamental mostrar un medio de verificación, un testimonio o una observación que garantice que el estudiante o grupo se puede ubicar en ese nivel. En este punto hay dos posibilidades: 1) retomar la ficha de referencia de los procesos de pensamiento, tal y como se elaboró en el balance al momento del desarrollo del proyecto, tal como quedó especificada arriba en la cuarta herramienta, y 2) Ampliar y precisar la ficha de los procesos de aprendizaje de pensamiento que se construyó en el desarrollo del problema, utilizando la información de las fichas sobre conocimientos posteriores u otra que haya pasado por alto.

Un ejemplo de ficha de referencia específica posterior de los procesos de pensamiento, nuevamente a partir del ejemplo del proyecto tema geometría de una canoa estable. Lo que se puede decir es que a pesar de los avances de los estudiantes, de su elaboración de conceptos nuevos para entender mejor la estabilidad de la canoa, y de la utilización de la geometría de la canoa para establecer sus propiedades, al final esa experiencia no logró generar un nivel II.

Estudiantes:____

Grado: ____

Eje temático:_______________________________________

Proyecto:____

NIVEL/ COGNICIÓN	ESPECIFICACIÓN DE LAS ETAPAS DEL DESARROLLO COGNITIVO POSTERIOR: EJE TEMÁTICO GEOMETRÍA				
	Nivel I	**Nivel II**	**III**	**IV**	**V**
Exploración		La mayoría de estudiantes pasó de la explicación cultural a recordar la experiencia y la experimentación para explorar la estabilidad de la canoa. Se pasó a la descripción de las partes y sus funciones.			
Representación	Muy pocos estudiantes se limitaron únicamente a los bosquejos globales de la canoa.	La mayoría pasó de los dibujos en papel, con especificación de partes de la canoa, a los diseños tridimensionales o modelos a escala, hasta la descomposición de las partes de la canoa. Se replantearon las figuras de las partes de la canoa siguiendo instrucciones y sobre papel milimetrado.			
Formas de conjeturar	Muy pocos se quedaron sólo con las afirmaciones de que depende de la técnica del canoero.	Se pasó de ideas sobre forma de la canoa en cuanta línea, a la de figuras, y finalmente a la composición de la canoa por sus partes geométricas básicas. Se identificó la influencia de la forma de las partes en la estabilidad: la simetría, la curvatura y el área de la base plana de la canoa.			

Tipos de solución		Se mantuvieron las ideas originales pero se introdujo la simetría como condición para lograr que la canoa sea estable. La curvatura de la barriga y la base plana son las que hacen más estable la canoa.			
Argumentación	Todos los estudiantes afirman que la técnica del canoero influye en la estabilidad, pero sólo se basan en la autoridad y la creencia cultural que implica conocimientos múltiples y explicaciones espirituales.	Se fundamentaron en la experiencia y en la experimentación visual. El ejemplo definitivo fue la actividad de experimentación. Cuando se pidió que explicaran qué sucedió, los estudiantes dijeron que el experimento mostraba que esa parte o forma geométrica influye o no influye.			
Generalización	Muy pocos estudiantes se quedaron pensando en la forma general de la canoa como causante de la estabilidad.	Se continuó pensando en la forma geométrica como la causante de la estabilidad de la canoa, es decir centrados en la canoa y no en las interacciones con el entorno.			

Como se puede ver hasta este momento, el trabajo del conocimiento posterior es similar al trabajo del concomiendo previo, solo que las fichas del conocimiento previo están organizadas para el inicio del proyecto y las del conocimiento posterior para el final del proyecto. La comparación de estos dos momentos se hace al contrastar las fichas de los dos momentos, ejercicio que permitiera hacer un análisis de lo que sucedió durante el proceso de aprendizaje y los cambios que se dieron. El balance del proceso del proyecto, los cambios que se lograron y los descubrimientos pedagógicos serán recogidos en las siguientes fichas.

d. Las fichas de análisis: análisis de la experiencia
   Es fundamental organizar la información de acuerdo con unos criterios para realizar un análisis confiable de la experiencia, sin importar que la información recogida sea descriptiva, inferencial e interpretativa. Antes de abordar el análisis con las fichas, se requiere que el docente lea con mucha atención el paso cuarto de la sistematización de experiencias de aula. Pues este es el momento de hacer un balance, con el ojo del observador del tercer nivel, ya que aquí se busca sintetizar los descubrimientos pedagógicos inferidos durante el desarrollo del proyecto tema.

Retomado lo dicho en el cuarto paso de la sistematización de experiencias de aula, se tendrán en cuenta tres niveles de análisis: 1) en relación con la variable del desarrollo cognitivo; 2) en relación con la variable actitudinal y; 3) en relación con la variable dinámica escolar. El primero porque interesa saber cómo evolucionaron los estudiantes con respecto a los procesos de pensamiento. El segundo nivel, porque es importante saber cómo fue el comportamiento social e individual del estudiante frente al proyecto; y el tercer nivel, porque es importante estructurar el ambiente educativo que posibilito los aprendizajes logrados. Para el caso del primer nivel de análisis, los criterios son los mismos procesos de pensamiento, para los otros niveles los criterios los define el docente de acuerdo a lo que le interese observar y verificar.

Nuevamente se recuerda que en las fichas de análisis se debe tener en cuenta la información recogida en las fichas de los momentos del proceso de construcción de conocimiento significativo. Una vez tengan identificadas y organizadas las fichas, se hace por un lado un ejercicio de síntesis y por otro un ejercicio de interpretación e inferencia. El docente investigador puede hacer la síntesis momento a momento del proceso de construcción del conocimiento, o puede hacerla de manera general. La manera general se muestra en los ejemplos de sistematización de experiencias de aula que se realizaron con los estudiantes de la escuela de Puerto Lago. Lo importante es que se especifiquen y precisen a medida que se va ganando experiencia en la sistematización, la síntesis debe reconocer las tendencias, las excepciones en el proceso de aprendizaje y verificar lo anterior con observaciones y testimonios.

A continuación se muestra la estructura de la ficha y se da un ejemplo de su uso de manera general y una anotación particular derivada del proyecto tema la geometría de una canoa estable.

Ficha del primer nivel de análisis: en relación al desarrollo cognitivo (se incluye la presentación del proyecto).

VARIABLE O CATEGORÍA	DESARROLLO COGNITIVO
Momentos del proceso	Procesos de pensamiento (criterios) Exploraciones Representaciones Conjeturas Tipos de soluciones Formas de Argumentación Generalizaciones

Primer momento o actividad	
Segundo momento o actividad	
Tercer momento o actividad	Ejemplo de análisis, las generalizaciones: Las clasificaciones de las figuras, hasta el momento se hacen por identidad con figuras individuales y no según categorías más amplias que reúnan varias figuras en un grupo según una característica común. Es decir, las clasificaciones en rectángulos, cuadrados, rombos no dan paso a formas generales, por ejemplo como cuadriláteros, o figuras de cuatro lados. Descubrimiento pedagógico: Sin embargo la clasificación de los estudiantes es suficiente para abordar un problema geométrico como el de la canoa y solucionarlo de manera práctica con estos conocimientos.

Ficha del segundo nivel de análisis: en relación con los en las relaciones e interacciones (se incluye la presentación del proyecto).

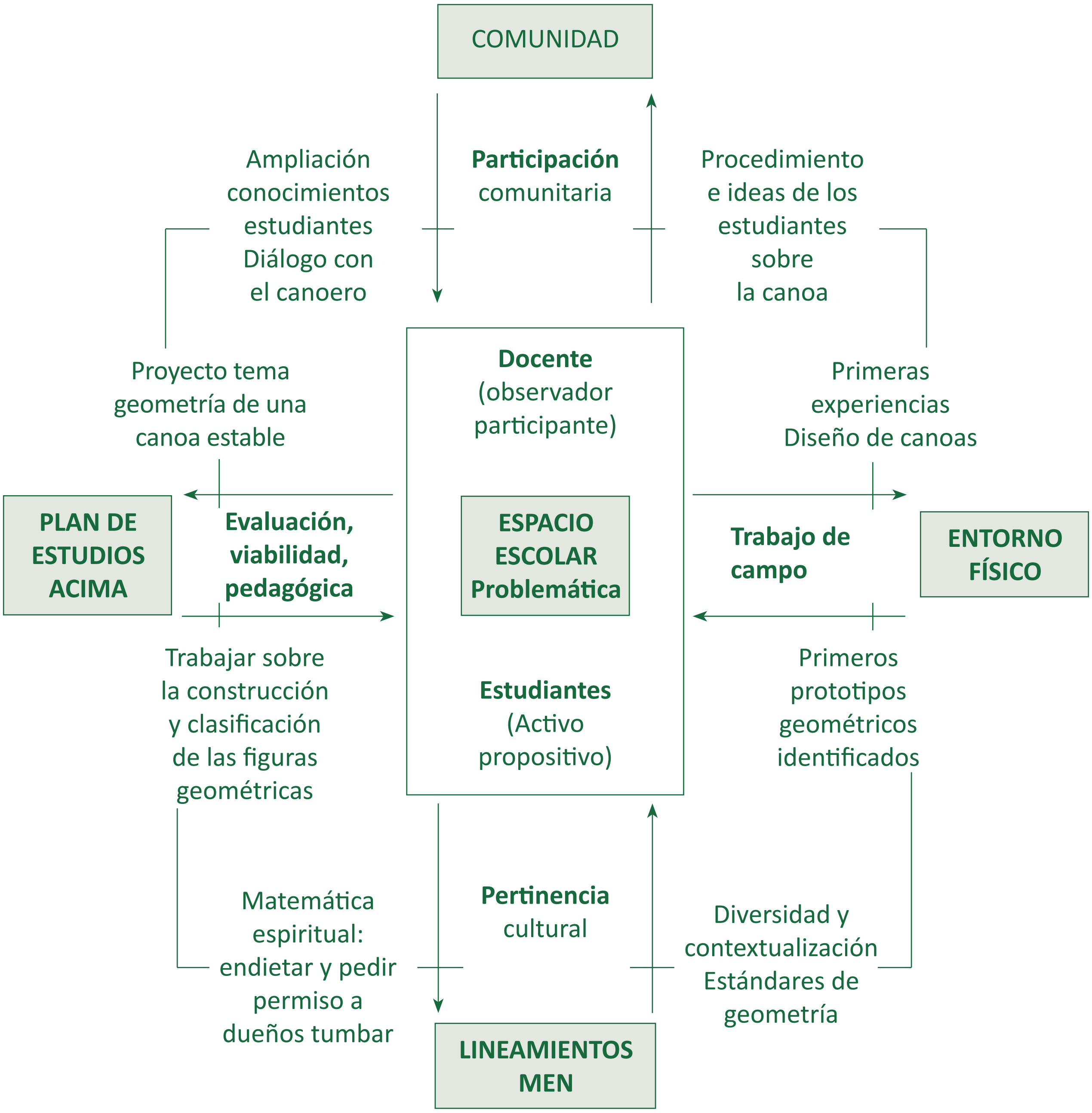
VARIABLE O CATEGORÍA	DESARROLLO COGNITIVO
Momentos del proceso	Actitudinal (el docente estable los criterios sobre los cuales va a valorar la disposición y compromiso de los estudiantes). Otros
Primer momento o actividad	
Segundo momento o actividad	
Tercer momento o actividad	Ejemplo análisis criterio el interés: Altos niveles de interés por el diseño de los objetos físicos, caso particular de la canoa. Sin embargo, si no se orienta bien la actividad, fácilmente la asumen como simple trabajo manual y se pierde la intención realizar medidas, construir conceptos matemáticos y encontrar regularidades en las construcciones y el comportamiento de los objetos. Descubrimiento pedagógico: Interés por comparar lo que hacen gráficamente, lo que físicamente están copiando o representando. Esto fue muy evidente cuando se propuso que compararan sus dibujos con la canoa real y determinaran los detalles que habían pasado por alto.

Ficha del tercer nivel de análisis: en relación al ambiente educativo (se incluye la presentación del proyecto).

VARIABLE O CATEGORÍA	AMBIENTE EDUCATIVO					
	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3	...	Criterio *n*	
Momentos del proceso	(El docente establece los criterios sobre los cuales va a valorar y estructurar la dinámica escolar)					
Primer momento o actividad						
Segundo momento o actividad						
Tercer momento o actividad	Criterio, el rol del docente: La participación del docente consistió en problematizar a los estudiantes todo el tiempo por medio de preguntas y la creación de situaciones en donde el estudiante tenía que construir, experimentar, observar y reflexionar.					

La sexta ficha técnica: el mapa de los aspectos significativos de los aprendizajes, esta debe permitir reconstruir a través de uno o varios mapas o esquemas cartográficos todo lo relacionado con el ambiente escolar y/o lo que se genera durante el desarrollo del proyecto tema. En ese mapa o esquema cartográfico se identifican todas las variables que intervienen en el ambiente escolar, la manera que se interrelacionan, así como la dinámica que caracteriza la existencia de un ambiente escolar que posibilite construir conocimientos matemáticos significativos. Se toma nota de la distribución física de la escuela, los límites, la localización, por ejemplo el croquis de una clase, también las pautas de interacción.

En esta dimensión, los mapas de sistematización de experiencias de aula constituyen un ejercicio de creatividad, y resumen en forma gráfica lo que sucedió social y pedagógicamente en un proyecto tema. Su representación varía dependiendo del proyecto tema, de aquello que quiera resaltar el docente, y lo que sucedió en la dinámica de clase. En el proyecto tema del grupo de Lógica los maestros diseñaron un esquema que recogía y visualizaba espacios, participantes, procesos y secuencias de procesos. Tomando esa cartelera como modelo presentamos un ejemplo de mapa (esquema) de sistematización de experiencias se retoma el proyecto tema: la geometría de la canoa estable.


COMUNIDAD
Ampliación conocimientos estudiantes Diálogo con el canoero
Participación comunitaria
Procedimiento e ideas de los estudiantes sobre la canoa
Proyecto tema geometría de una canoa estable
Docente (observador participante)
Primeras experiencias Diseño de canoas
PLAN DE ESTUDIOS ACIMA
Evaluación, viabilidad, pedagógica
ESPACIO ESCOLAR Problemática
Trabajo de campo
ENTORNO FÍSICO
Trabajar sobre la construcción y clasificación de las figuras geométricas
Estudiantes (Activo propositivo)
Primeros prototipos geométricos identificados
Matemática espiritual: endietar y pedir permiso a dueños tumbar
Pertinencia cultural
Diversidad y contextualización Estándares de geometría
LINEAMIENTOS MEN

PROCESO DE CONSTRUCCIÓN Y APLICACIÓN DEL MODELO DE SISTEMATIZACIÓN DE LAS EXPERIENCIAS DE AULA CON DOCENTES DE ACIMA

Integrantes por grupo:

Geometría:
German Yukuna
Wilder Yukuna
Benedicto Tanimuka
Cesar Makuna
Jose Eladio Tanimuka

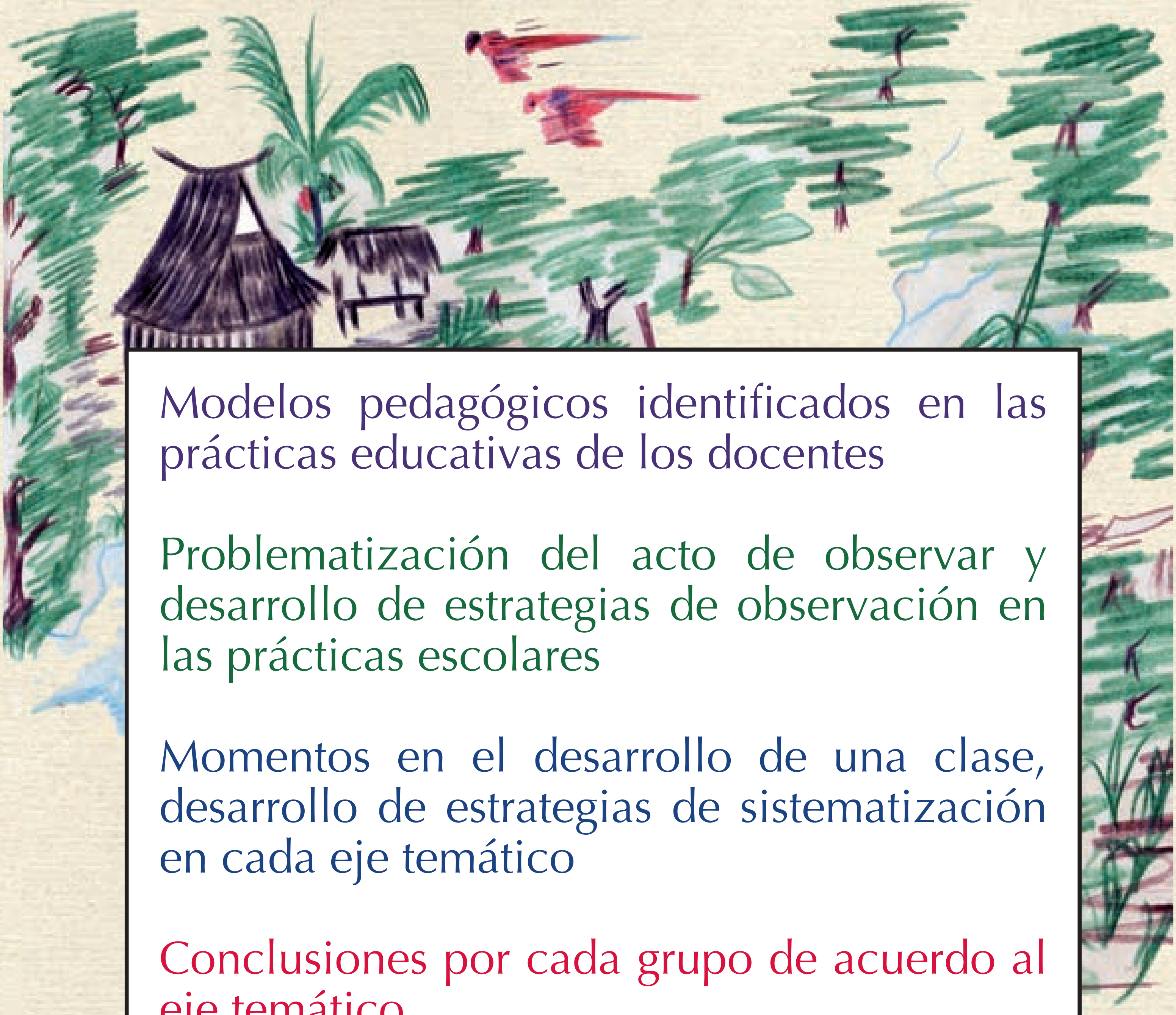
Sistemas de Medidas:
Desiderio Yukuna
Ivan Letuama
Edgar Letuama
Mauricio Souza
Esteban Mirana
Alex Yukuna

Lógica:
Wilson Matapi
Evelio Yukuna
Enith Yukuna
Aristides Letuama
Carlos Letuama
Juan Carlos Patigua
Bertha Miranya
Patricia Yukuna

Estadística:
Wilber Rivas
Santiago Yukuna
(Robinson Yukuna)
Sergio Yukuna
Wilson Tanimuka
Rubiel Mendez

Sistemas Numéricos:
Pascual Matapi
Camilo Matapi
Edilberto Matapi
Juan Tanimuka

APLICACIÓN DEL MODELO, EXPERIENCIAS CON DOCENTES

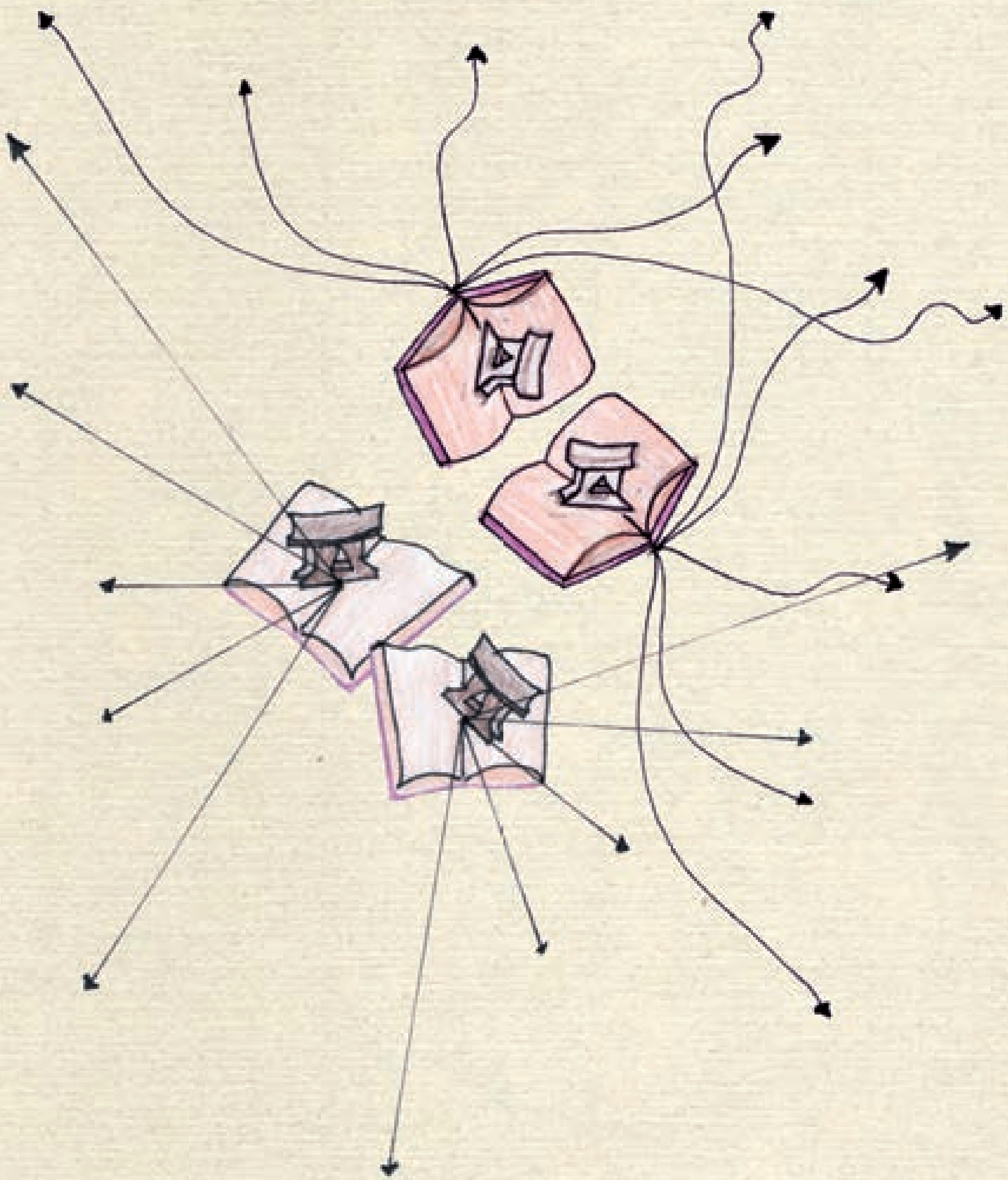


Modelos pedagógicos identificados en las prácticas educativas de los docentes

Problematización del acto de observar y desarrollo de estrategias de observación en las prácticas escolares

Momentos en el desarrollo de una clase, desarrollo de estrategias de sistematización en cada eje temático

Conclusiones por cada grupo de acuerdo al eje temático



APLICACIÓN DEL MODELO, EXPERIENCIAS CON DOCENTES

En la Asociación de Capitanes Indígenas del Mirití-Amazonas (ACIMA) hemos venido perfeccionando nuestro modelo de educación propia desde cerca de diez años. Ese trabajo nos ha llevado a hacernos preguntas como: cuáles conocimientos debe adquirir el niño en su etapa escolar, o cuáles las maneras en que debemos dictar las clases para que los niños puedan aprender con mayor facilidad.

Como docentes, siempre hemos encontrado la dificultad de transmitir conocimientos escritos, porque nuestros conocimientos propios se transmiten práctica u oralmente. Hemos dedicado mucho esfuerzo a aprender a manejar la escritura y por ello reconocemos que producir este documento es un gran logro de nosotros como docentes. Las siguientes páginas, hemos sido nosotros los que tuvimos que lograr concretar y comunicar nuestras ideas, nuestras experiencias en el aula, nuestros modelos pedagógicos, nuestros procesos de aprendizaje. En ellas escribimos cómo fueron las observaciones detalladas de nuestros compañeros: trabajando en la resolución de problemas matemáticos. Igualmente nos vimos observados, reflejados y cuestionados en cada una de las narraciones y representaciones que se hicieron durante el taller. Para nosotros el gran logro de este taller ha sido vernos a nosotros mismos en la actividad docente diaria, y posteriormente ponerla por escrito para usarla como referente del aprendizaje y para comunicarla a los demás miembros de la comunidad educativa.

El trabajo de escritura de este documento, ha sido muy difícil porque antes pensábamos que era suficiente con recoger las notas y los escritos que dejaban los maestros para pasarlos al computador. Ahora estamos aprendiendo que para escribir es necesario producir primero las ideas, luego hacer que unas ideas concuerden con las otras, creando grupos de ellas para luego escribirlas de tal manera que queden claras para muchos tipos de lectores. Van a ser claras para quienes conocen el contexto de nuestra cultura y de la selva, aunque aquí no estamos acostumbrados a imaginar que hay otros que no conocen todas las cosas que para nosotros son muy normales y cotidianas, por eso para ellos va a ser más difícil entenderlas.

Además de preocuparnos por la escritura, este documento tiene muchos dibujos y fotos para que las personas que no saben leer no pierdan el

interés de mirar el documento. Así, nosotros los docentes los podremos acompañar a medida que pasen las hojas, explicándoles oralmente cual es la historia detrás del dibujo de manera que puedan entender e involucrarse con los ejercicios propuestos.

Nos gustó mucho la experiencia de pensar un documento y sistematizarlo. Esto sembró en nosotros el gusto por escribir sobre el trabajo que hacemos en las escuelas. Esperamos que este sea el principio para continuar haciéndolo. Para organizar el trabajo del taller cada uno de los equipos de docentes (Sistemas Numéricos, Sistemas de Medidas, Estadística, Geometría, Lógica) delegó a uno de sus miembros para conformar el grupo de sistematizadotes. Los sistematizadores revisamos el material y los ejercicios que cada grupo entregó, y al cabo de muchas propuestas y discusiones decidimos organizarlos en los tres apartes siguientes:

1. Modelos pedagógicos identificados en las prácticas educativas de los docentes
2. Problematización del acto de observar y desarrollo de estrategias de observación en las prácticas escolares
3. Momentos en el desarrollo de una clase, desarrollo de estrategias de sistematización en cada eje temático

Estas agrupaciones nos sirvieron para descubrir ciertos procesos que caracterizaban las experiencias de enseñanza y aprendizaje en el aula. Esa mirada nueva mostraba que la enseñanza de las matemáticas era aplicable desde los proyectos tema. Recordemos que en este tipo de proyectos de aprendizaje priman las preguntas, las sugerencias, ideas e intereses de los niños, su participación, experimentación, la manifestación de dudas, la realidad cultural, social y natural. Por parte del docente se necesita la planeación, participación, guía y observación del desarrollo de los proyectos.

MODELOS PEDAGÓGICOS IDENTIFICADOS EN LAS PRÁCTICAS EDUCATIVAS DE LOS DOCENTES

Según las experiencias de aula de cada maestro, existen momentos en la clase en los que el proceso de aprendizaje de los niños puede ser muy bueno o puede encontrarse con dificultades. Por medio del siguiente ejercicio pudimos identificar aciertos y desaciertos presentes en las experiencias narradas y las diferentes posibilidades de solución que surgieron de entre todos los maestros participantes del taller.

Contarnos las vivencias personales y luego dramatizar varios ejemplos de clases sirvieron para hacer visibles los modelos pedagógicos. Las discusiones sobre estos ejemplos permitieron identificar los tipos de acciones que se daban y los modos de actuar de los participantes. De allí pudimos evaluar las dificultades y oportunidades para aprender, ya sea en las diferentes áreas del conocimiento de las matemáticas que aplicamos en la escuela o en las actividades cotidianas que se hacen fuera del aula escolar.

Mirar nuestras propias actividades en la escuela fue muy significativo ya que al visualizar y compartir nuestra experiencia, aprendimos a mirarnos "desde afuera", como en un espejo de nosotros mismos, para saber qué y cómo mejorar nuestro trabajo de maestros de la asociación. De igual manera, por medio de este documento queremos llegar a compartir nuestras experiencias con otros maestros e instituciones educativas.

Con la narración de nuestras historias de maestros podemos presentar las diferentes formas de trabajo docente en las escuelas del río. Gracias a la dramatización y a su análisis detallado y crítico pudimos comprender cuales son los modelos pedagógicos que siguen vigentes en nuestras actuaciones escolares. Así iniciamos el cambio entre ser simples actores desprevenidos para convertirnos en protagonistas conscientes de nuestros efectos pedagógicos, y con eso buscar la aplicabilidad y el desarrollo del plan de estudio que establece el Pensamiento Educativo Indígena (PEI) de ACIMA.

Al principio cuando nos plantearon el problema, tuvimos muchas dificultades en comprenderlo, uno le preguntaba al otro ¿cómo es esta vaina? cada uno trataba de hacer algo, preguntábamos a los asesores y después de tantas explicaciones comenzamos a entender. El problema planteado se iba a originar en una experiencia de aula, tal como lo hubiéramos realizado con un grupo de niños en la escuela. De ahí se podían buscar cuales eran los modelos pedagógicos que estábamos utilizando en el aula. La segunda actividad planteada al grupo era recordar y reflexionar sobre un acontecimiento que nos hubiera impresionado tanto que nunca se nos hubiera olvidado. Podía haber pasado durante nuestros estudios o a lo largo de la vida, pero debía ser uno que nos hubiera llevado a entender algo importante sobre procesos de aprendizaje. Sobre estos dos asuntos íbamos a reflexionar.

Los integrantes de cada grupo comenzaron a preparar y redactar sus experiencias, nos dimos un buen tiempo para este trabajo, después nos reunimos a ver si lo teníamos listo, lo discutimos primero con los asesores y luego lo expusimos ante el grupo. De los comentarios y los aportes de todos salieron los resultados que contaremos en seguida.

MODELOS PEDAGÓGICOS

El grupo de SISTEMAS NUMÉRICOS escogió la experiencia de aula de Juan Tanimuka, un experimentado maestro que ha tratado de aprender algo nuevo cada día, esforzándose para que sus estudiantes se motiven en cada uno de los temas de clase propuestos. En el grupo de SISTEMAS DE MEDIDAS se decidió mostrar la experiencia narrada por Desiderio Yukuna, de la escuela del río Wakayá sobre el aprendizaje de la lengua. En ESTADISTICA se tomó la experiencia narrada por Rubiel Méndez de la escuela Puerto Córdoba (organización AIPEA) que trata de su aprendizaje de la tabla de multiplicar del nueve. En el grupo de GEOMETRÍA se escogió la experiencia expuesta por Benedicto Tanimuka de la escuela Imáriya de Puerto Lago, en donde narra su relación con los números fraccionarios. En LÓGICA se sintetizaron las experiencias de todo el grupo construyendo una sola representación que tomaba partes de las historias de cada uno de los integrantes.

Una vez discutido y elaborado cada caso se reunieron todos los docentes participantes y los asesores, para que cada grupo realizara su dramatización y enseguida se hicieran los respectivos comentarios y observaciones sobre estrategias pedagógicas de las diferentes experiencias allí expuestas.

Las experiencias dramatizadas fueron las siguientes:

Grupo de sistemas numéricos

En la dramatización tratamos de demostrar como la educación de nosotros es integrada, aprendemos de Matemáticas, de Lenguaje y al mismo tiempo es necesario formar a los niños en el consejo de Palabra Viva.

Los aportes del grupo y de los observadores de la dramatización nos mostraron que este objetivo no se ha logrado como se quiere en la Asociación. La actuación dejó ver la influencia de unas experiencias fallidas con la educación del “blanco”, donde nosotros terminamos dictando una clase mecánica en la cual se repiten experiencias poco efectivas para el aprendizaje. Eso sucede cuando nos dejamos llevar por las exigencias de otros miembros de la comunidad educativa, por ejemplo aquellos padres de familia que defienden sus recuerdos del internado como modelo correcto de enseñanza. Es una de las razones que hacen difícil aplicar y desarrollar los Proyectos Tema, que son innovadores y aptos para la educación participativa que queremos en ACIMA.

Grupo de sistemas de medidas

El grupo dramatizó una situación escolar que ilustra el tipo de modelo pedagógico que se basa en los métodos naturales de aprendizaje. Este modelo tiene en cuenta la perspectiva e intereses de los niños, su forma natural de relacionarse entre ellos y la capacidad de aprender el otro idioma a partir de necesidades y situaciones propias de la socialización. En la dramatización queríamos ser cómicos para que los asistentes se entretuvieran mientras entendían que en la niñez se puede aprender un idioma o cualquier cosa que uno quiera, siempre y cuando la decisión parta del interés, atención y satisfacciones propias del niño.

La historia que contó Deciderio Yukuna es la siguiente:

"Cuando yo tenía 7 años me gustaba participar mucho en eventos culturales como el "Baile del Tablón", el "Baile de Pescado", el "Baile del Muñeco" y en diferentes fiestas patronales. A esa edad yo sólo hablaba el Yukuna y no entendía el idioma Tanimuka. Mi mamá tampoco me hablaba en esa lengua que ella sabía, ni me daba explicaciones. Cuando la gente me hablaba en ese idioma me daba rabia y no me gustaba escucharlos.

En realidad, tuve que sufrir para aprender a pronunciar algunas palabras, para saber el significado y adaptarme al grupo. Una vez mi papá me llevó a visitar a una tía que vive en la comunidad Letuama de Oiyaka, donde se habla Tanimuka. Allá me hice amigo de los niños de la comunidad que no me entendían cuando yo hablaba Yukuna. Por medio de juegos y actividades compartidas ellos me fueron enseñando diferentes expresiones en Tanimuka, entre ellas groserías. Pero cuando mi papá se dio cuenta que yo estaba diciendo palabras vulgares me regañó y de paso a mis amigos.

Pasados cinco meses, cuando regresamos a Wakayá (mi comunidad) pude decirle a mi mamá y a mis tíos que había aprendido a hablar Tanimuka. De ahí en adelante estuve tranquilo y ya no le tenía rabia a ese idioma."

Grupo de estadística

¿Qué buscamos mostrar con la dramatización? Quisimos presentar dos tipos de ejercicio pedagógico. El primero se conoce como:

1. MODELO MEMORISTICO Está basado en un docente autoritario cuyo único método de dar clase es enseñar de memoria las tablas de multiplicar. Con ese método los niños se sentían presionados porque era aburrido y aprendían sólo por obligación. En la primera representación se dio el siguiente diálogo:

   "Durante la clase el docente se acerca al alumno y le pregunta:
   – ¿Cosianfiro (nombre del estudiante) cuanto es 4x5?

El alumno responde con mucho temor y desconfianza:

– Cincuenta y cinco, profesor

A lo que el docente responde con amenazas:

– 55 coscorrones que te voy a dar."

Con la segunda dramatización se puso en evidencia el:

2. MODELO COMPRENSIVO Se apoya en la actitud amistosa de un maestro que no asusta a sus alumnos con la evaluación. Este maestro se pone en lugar de los estudiantes y en lugar de regañarlos busca la manera de establecer una comunicación productiva con ellos.

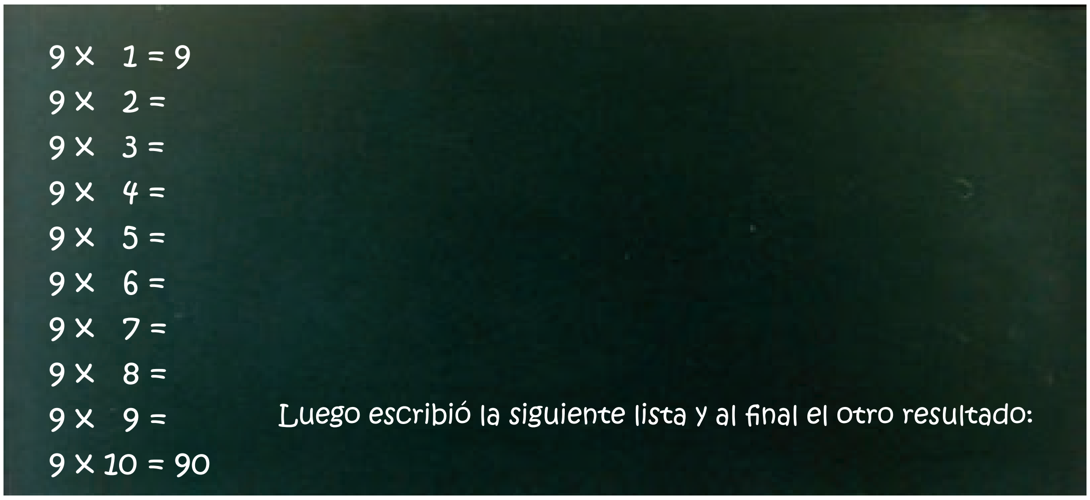
Un docente se acerca al salón cuando todos los alumnos están preocupados por las amenazas del profesor. Entra y saluda a los niños con amabilidad:

– Buenos días niños. ¿Por qué esas caras? ¿Están preocupados?

Los niños le cuentan que el siguiente lunes van a tener evaluación de Matemáticas y aunque estudian mucho no se aprenden las tablas de multiplicar. Para calmarlos el docente les narra una historia que además de sorprenderlos, les permite aprender los resultados de la tabla de multiplicar por nueve.

El profesor contaba que:

– "Había una vez un niño que no se sabía la tabla del nueve. El día de la evaluación duró mucho tiempo tratando de escribir las respuestas. El conocía el orden de los números del 1 al 10 y los dos resultados de 9 x 1 y de 9 x 10. Los dos datos que sabía fueron lo primero que anotó, arriba primero:



– Como no sabía los resultados de la multiplicación con los demás números, empezó a contar y cuantos datos no sabía. Los enumeraba de arriba hacia abajo, como aparece en amarillo:

9 × 1 = 9
9 × 2 = 1
9 × 3 = 2
9 × 4 = 3
9 × 5 = 4
9 × 6 = 5
9 × 7 = 6
9 × 8 = 7
9 × 9 = 8
9 × 10 = 90

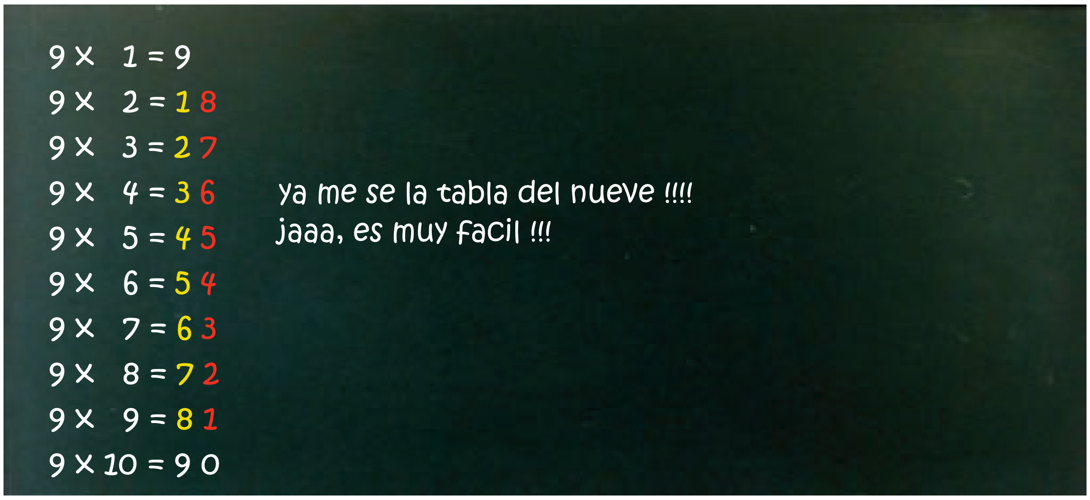
contando hacia abajo
(“uno que no sé…)
(“dos que no sé, y así sucesivamente…”)

– Para verificar la cuenta de lo que no sabía, volvió a anotar pero contando de abajo hacia arriba, como aparece en rojo.

9 × 1 = 9
9 × 2 = 1
9 × 3 = 2
9 × 4 = 3
9 × 5 = 4
9 × 6 = 5
9 × 7 = 6
9 × 8 = 7 2
9 × 9 = 8 1
9 × 10 = 9 0

contando hacia arriba
“van dos que no sé” (y así sucesivamente…)
“va uno que no sé…

Cuando terminó de contar él vio algo familiar: había conseguido los resultados de la tabla del nueve! Después de este ejercicio el alumno no solamente pudo dar la respuesta correcta de la tabla del nueve sino que le perdió el miedo a la evaluación. Este segundo docente consigue con su estrategia pedagógica enseñarle al alumno que se puede aprender matemáticas empleando medios diferentes a la memorización y sin temor de la evaluación.”



Grupo de geometría

La intensión de nuestra dramatización era demostrar los diferentes comportamientos de los niños y los del profesor en una clase, cuando se propone una actividad en la cual los niños no tienen acceso a ninguna práctica, ni a manipular objetos sobre los que el profesor propone para aprender fraccionarios. Con esta representación buscamos hacer ver la necesidad de que el maestro capte y focalice la atención de los estudiantes de una manera real y directa, para conseguir un aprendizaje fundamentado. El modelo pedagógico planteado en nuestra dramatización representa a un docente sensible y comprensivo con los estudiantes pero que no les posibilita participar activamente en la clase, cerrando la posibilidad que tienen los niños de aprender unos de otros, de involucrarse ellos mismos en entender y enriquecer las situaciones de aprendizaje y de descubrir recursos didácticos presentes en el aula y en el medio. En síntesis la historia es la siguiente:

"Durante el desarrollo de la clase sobre un tema nuevo: "Los Fraccionarios", llega el profesor al salón con tres objetos en sus manos: un lulo, un plátano y un cuchillo, los niños no entienden la razón para traer esos objetos. Ellos pensaron que era para compartirlos con el grupo, o que eran la merienda del profesor pero ninguno se atrevió a preguntar. A medida que avanzaba la clase, el profesor explicó los fraccionarios con algunos ejemplos dibujados en el tablero, después de varias explicaciones preguntó:

– ¿Entendieron?

Algunos respondieron que sí, aunque no parecían convencidos de su respuesta. El profesor continuó diciendo:

– mis alumnos, para que entiendan mejor, vamos a hacer ejercicios y representaciones empleando estos objetos que traje.

Empezó a partirlos en partes iguales y volvió a preguntar en un tono más fuerte:

– ¿Ahora si entendieron? todos respondieron afirmativamente.

El profesor expresando alegría concluye:

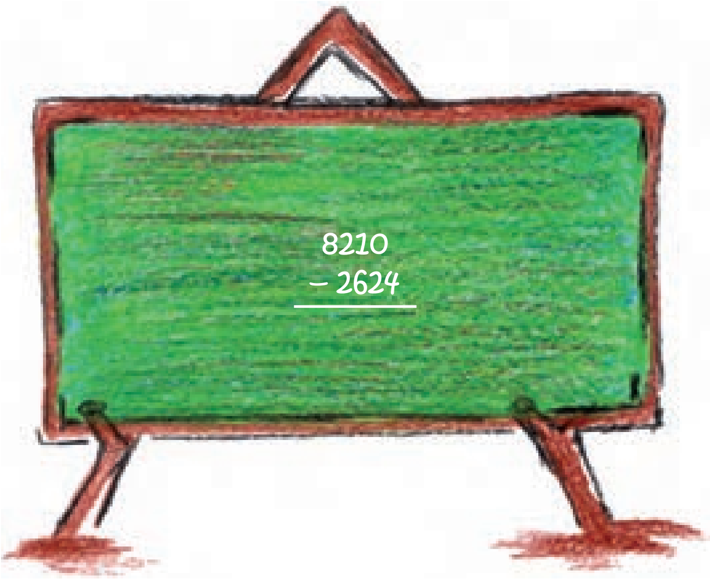
– muy bien mis niños, como ya terminamos pueden salir a jugar."

Grupo de lógica

En nuestro grupo, cada integrante narró sus experiencias de aprendizaje más significativas, las escribimos y luego las leímos en voz alta. Tomamos el tema predominante de cada narración y armamos el argumento de la dramatización que se presentó a los profesores.

En cuanto a las dificultades en el aprendizaje del niño se resaltaron los siguientes puntos:

El profesor comienza la clase de matemáticas diciendo:
– la resta prestando es un tema que los niños no entienden y es necesario poner especial atención al resultado.



– En esta resta, se deben definir los nuevos términos que se emplean para cada componente de la operación. Se necesita analizar el significado de cada uno de los términos en las dos lenguas Yukuna-Tanimuka. Unos niños aceptan la propuesta, mientras otros no ponen atención y el resto sale con otra idea. El profesor trata de atender a los que quieren hacer otra cosa, pero ellos discuten entre sí y tampoco logran organizar ninguna actividad. Los que estaban distraídos salen con otra idea, el maestro les contesta pero los demás no escuchan. El docente no logra defender ni mantener su propuesta y cada uno hace lo que quiere, con resultados muy diferentes y sin ninguna relación entre sí.

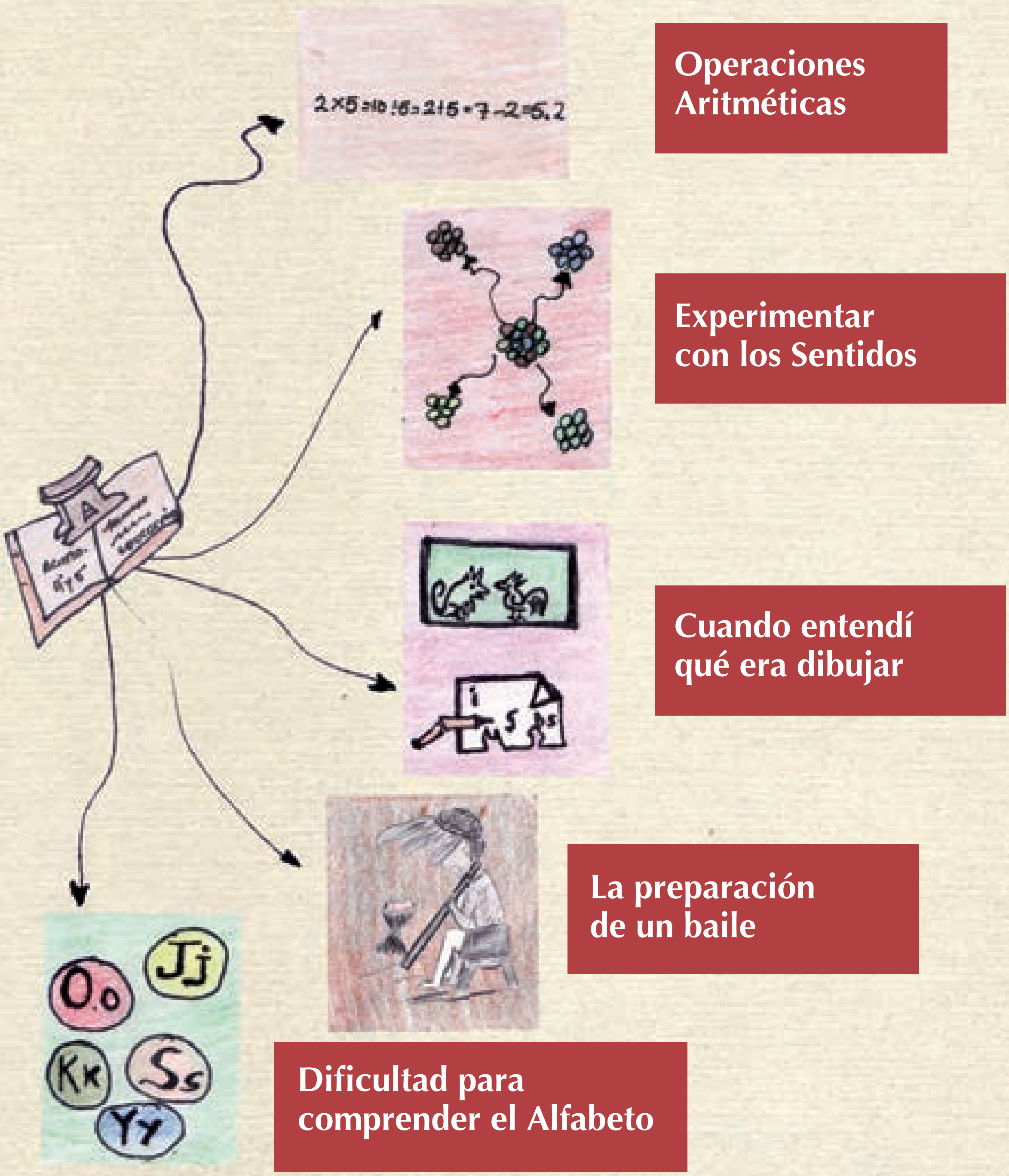
La dramatización tenía como protagonista a un profesor que intentaba tener buenas relaciones con los niños pero que no era claro ni firme para establecer ni para hacer respetar unas acuerdos de trabajo con sus estudiantes. Los espectadores describieron esta escena la como una clase "desordenada". La conclusión fue que en la escuela se deben aclarar las normas que permitan 1) una relación de comunicación y buen trato entre los niños y el profesor; que faciliten el aprendizaje de los niños pero sin que él llegue a perder su autoridad como docente.

PROCESOS DE APRENDIZAJE

En cuanto a los procesos de aprendizaje, en ACIMA siempre hemos manifestado nuestro interés en que las distintas metodologías educativas partan del nuestras experiencias y saberes y propios. Los ejercicios siguientes fueron importantes para mostrarnos con claridad la correspondencia entre experiencia de aprendizaje en el aula y experiencia de aprendizaje cotidiano. Así cobró importancia observar los procesos de aprendizaje en el niño, por eso tomamos como ejemplo nuestra propia experiencia planteándonos la pregunta: ¿cuál y cómo fue el momento en que realmente sentí que había aprendido algo?

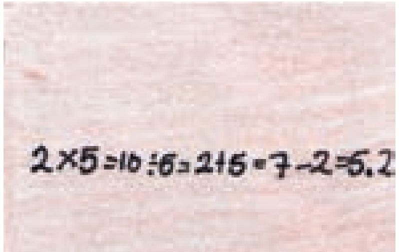
Para buscar respuestas a esa pregunta, cada uno de los grupos anteriormente nombrados, seleccionó una experiencia de aprendizaje cotidiano y una experiencia de aprendizaje en el aula. Si bien muchas de los sucesos narrados no se relacionaban particularmente con el área de etnomatemáticas, las incluimos porque son parte de la memoria que cada uno de nosotros tiene de sus experiencias de aprendizaje. El valor de este ejercicio es que recuperamos una característica propia de nuestra educación indígena: cuando transmitimos nuestros conocimientos a través de la narración de historias. Por lo tanto, la persona que lea las historias que a continuación vamos a contar podrá comenzar a entender las distintas formas de escuela que tenemos.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE EN EL AULA



OPERACIONES ARITMÉTICAS

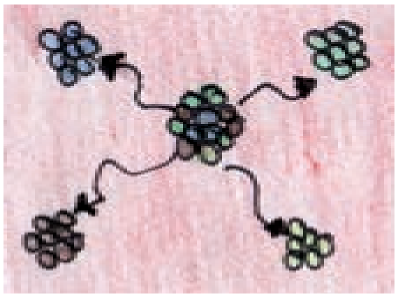
Contada por: Alex Yukuna
Profesor escuela Mapaya - Bella Vista.



"Lo que más se me dificultaba en matemáticas era la resolución de las operaciones aritméticas. Todavía en el grado tercero, cuando me mandaban a hacer una tarea de multiplicación, restaba y cuando me mandaban a sumar, multiplicaba. Un día, la profesora me puso el ejemplo de la tabla del dos (2) y me explicó que en esa tabla de multiplicar están incluidas todas las operaciones:

2 × 1 = 2	⟷	2 + 2 = 4	⟷	4 – 2 = 2	⟷	2 / 1 = 2
2 × 2 = 4	⟷	4 + 2 = 6	⟷	6 – 2 = 4	⟷	4 / 2 = 2
2 × 3 = 6	⟷	6 + 2 = 8	⟷	8 – 2 = 6	⟷	6 / 3 = 2
2 × 4 = 8	⟷	8 + 2 = 10	⟷	10 – 8 = 8	⟷	8 / 4 = 2
2 × 5 = 10	⟷	10 + 2 = 12	⟷	12 – 2 = 10	⟷	10 / 5 = 2

Sólo desde ese día aprendí y ya pude resolver cualquier operación aritmética. Desde entonces me comenzó a ir bien en la escuela."

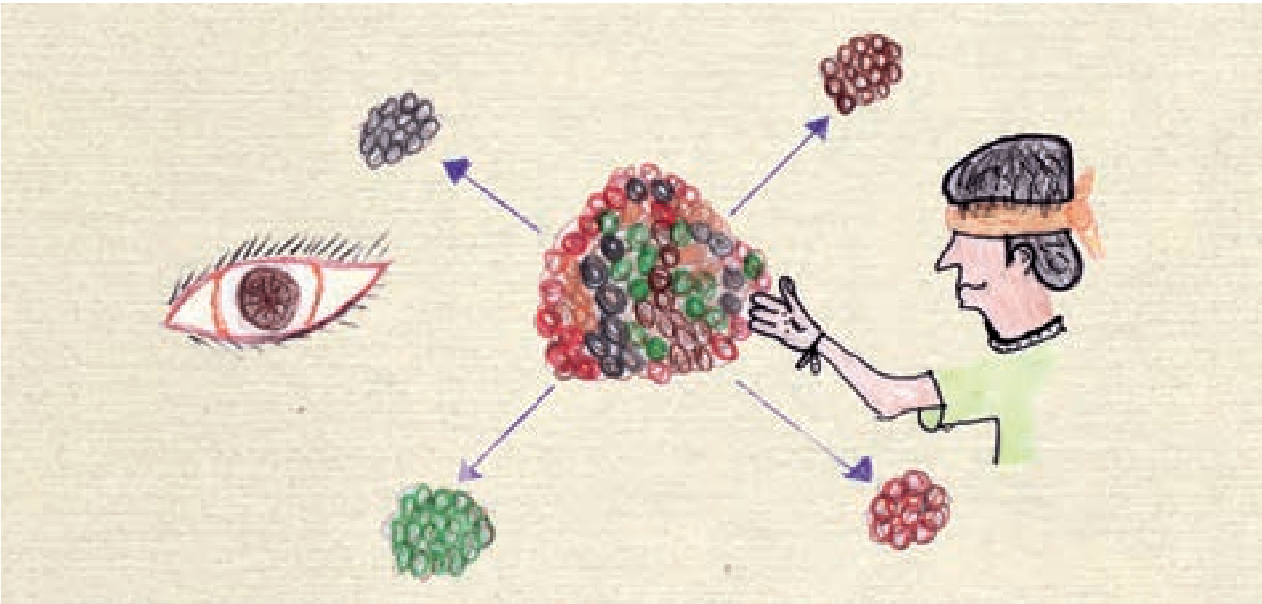


EXPERIMENTAR CON LOS SENTIDOS

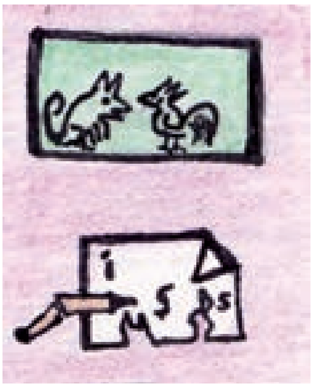
Contada por: Iván Letuama,
Profesor escuela Awaurita - Oiyaca

"Yo tengo a mi cargo los grados primero y segundo de la escuela de la comunidad y a mí siempre me ha gustado jugar con los niños. Recuerdo que un día decidimos salir de la escuela y nos fuimos por el camino. La tarea del recorrido era de recolectar diferentes clases de pepas y frutas, comestibles y no comestibles, grandes o pequeñas, maduras, verdes o secas. Regresamos todos al salón y clasificamos cada una de las pepas que los niños alcanzaron a recolectar. Repetimos varias veces este proceso. Cuando ya todos creían saber cómo se hacían perfectamente las clasificaciones, les tapé los ojos con un trapo para que no vieran nada.

Nuevamente los puse a clasificar, tal y como lo hacían con los ojos abiertos. Uno por uno, trataban de organizar las pepas pero si no lo lograban entonces tenían que pagar penitencia, con lo que nos divertimos mucho. Cada uno de los niños buscaba varias maneras y estrategias para clasificar, preguntaba a sus compañeros, tocaba las pepas varias veces, las probaba, las olía y hasta trataban de romperlas… para así tratar de clasificar."

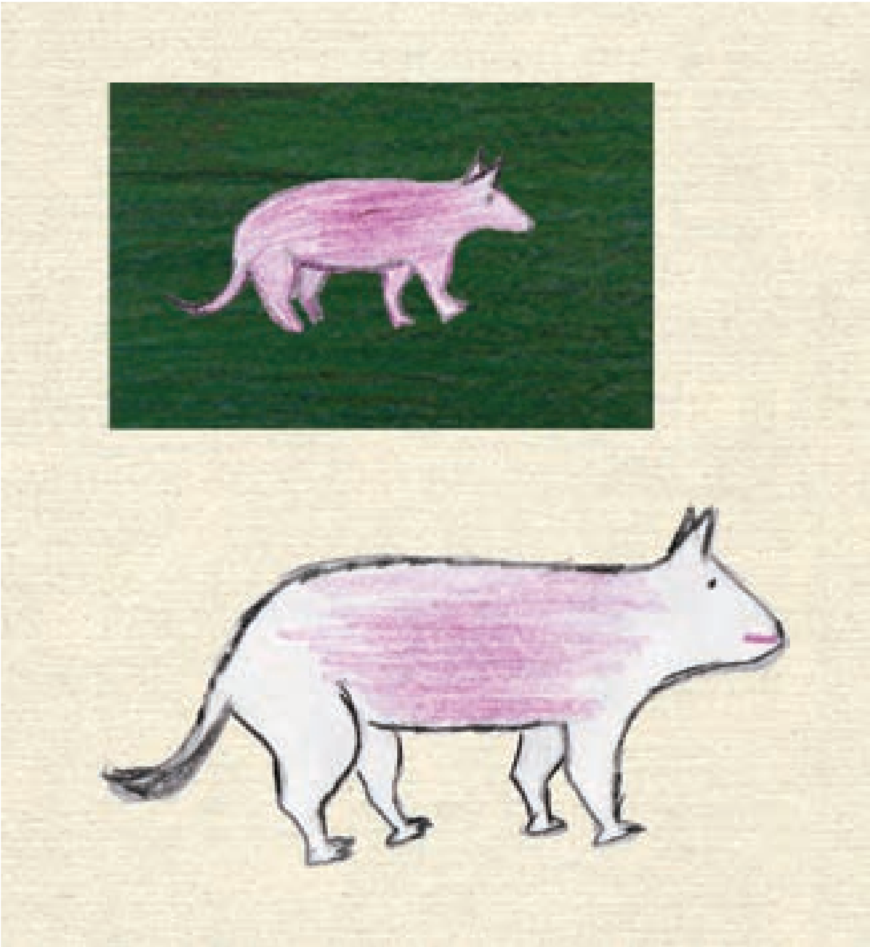


CUANDO ENTENDÍ QUÉ ERA DIBUJAR



Contado por: Rubiel Méndez
Profesor AIPEA escuela Puerto Córdoba

Esta experiencia cuenta sobre una clase de estética en la que el profesor daba la instrucción de dibujar primero lo que él hacía en el tablero y luego les mostraba su dibujo a los alumnos, para que en definitiva el alumno imitara todo lo que el profesor había hecho. A partir de esa experiencia quedó definido para los niños lo que era "dibujar bien".



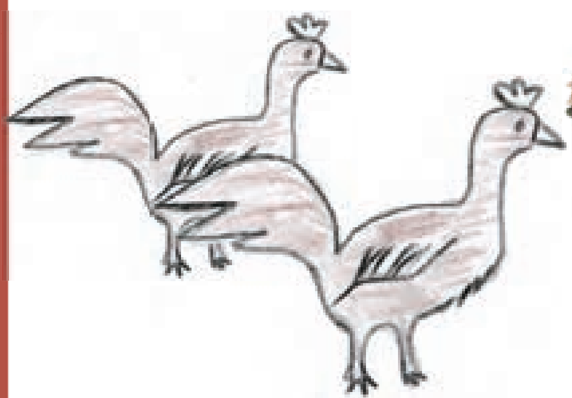
"En uno de los años de primaria me cambiaron de profesor de estética, él enseñaba muy distinto del anterior. El nuevo docente tenía en cuenta las habilidades de los alumnos y lo que ellos querían dibujar. En una de sus primeras clases observó que mientras los alumnos comenzaban la actividad yo no iniciaba mi trabajo. Con mucha calma se acercó y me preguntó por qué no estaba trabajando? Yo le respondí:

A mí me enseñaron a esperar y a obedecer. Estoy esperando a que usted me diga que es lo que voy a dibujar, a que Usted lo dibuje para que yo repita lo que Usted va a hacer.

Después de esta respuesta el profesor se sentó conmigo y me pidió que contara cómo había sido mi primera clase de dibujo. Yo le conté que en esta primera clase había dibujado un perro pero que cuanto el profesor lo había visto me había regañado diciendo que yo era desobediente, que él no me había mandado a pintar un perro y que esperara. Entonces él mandó a que pintara un pollo, que dibujé y coloreé. El nuevamente me regañó y me dijo que no me había dicho que le pusiera colores. Ese tipo de enseñanza se repitió durante todo el año escolar. El nuevo profesor, con mucha tranquilidad me aclaró:

Yo tengo otra manera diferente de enseñar a dibujar, así que conmigo puedes comenzar a dibujar lo que tú quieras, ya después te diré que otras cosas podremos hacer.

Y con esta clase aprendí qué es dibujar, que aún hoy es una de las actividades que más me gusta hacer."



LA REPRESENTACIÓN DE UN BAILE

Contado por: Aristides Letuama
Profesor escuela Awaurita- Oiyaka

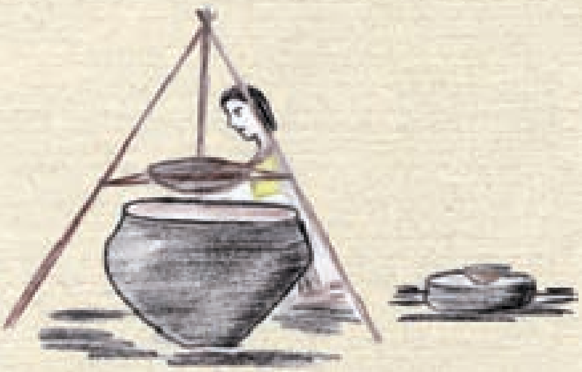
Un miércoles, terminando mi clase, les propuse a mis estudiantes que desarrollaran una actividad que se relacionara con el baile que se iba a realizarse en la comunidad el día siguiente. Comenzaba el jueves y terminaba el sábado. Como se iba a celebrar en la maloca de mi padre yo tenía que ayudar en los preparativos y quería conseguir que los niños estuvieran muy atentos en todo lo que se iba a hacer en esta actividad.

Como el desarrollo y los preparativos del baile son parte del entorno de los niños, les pregunté si sabían en qué consistía el baile, su proceso y los diferentes momentos para su realización. Dejé que me contestaran todo en Tanimuca. Ellos emocionados contaron todo lo que sabían. Yo les dije: esto es lo que va a suceder el sábado por lo tanto deben estar muy atentos a todo. Les entregué unas hojas de papel y les pedí que representaran en dibujos toda la descripción que les había dado. Tomaron nota de la tarea y salieron contentos a sus casas.

A la semana siguiente volvimos a la escuela. Cuando revisé los dibujos me sorprendí mucho porque los niños habían hecho sólo un dibujo en la hoja entera, recibí los trabajos sin decir nada, después pregunté por el baile y su participación en éste y todos contaban diferentes situaciones. Partiendo de estos comentarios quise saber con más detalle sobre los dibujos que les había dejado de tarea… ¿Qué habrán querido con sólo una figura dibujada en el papel? Cuando cada niño explicó su dibujo yo quedé muy sorprendido: entendí que a partir de una sola situación ellos desarrollaban varias maneras distintas de ver y de interpretar. Los siguientes son algunos de los dibujos y su explicación:

PARA TI ESTE ES EL PROCESO DE PREPARACIÓN?

Si! porque el curador tradicional prepara todo el baile a través de su pensamiento, si él no lo prepara, no habría baile... él está dentro de la maloca, yo digo que él es muy importante.



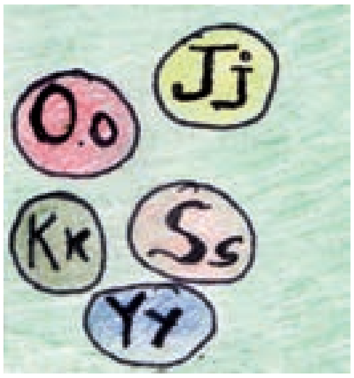
... este es una de las etapas de la preparación de un baile, porque sin comida no se puede hacer ninguna actividad, también muestro a las mujeres porque son muy importantes dentro del baile...

... yo estaba afuera de la maloca esto es lo que yo vi, todo el proceso de preparación del baile lo estaban haciendo allí y el baile está adentro por eso solo hice la maloca. Están Bailando y preparando adentro por eso no se ven!

... esta actividad es un proceso parte de los preparativos de un baile, el rebusque, la cacería y otros elementos como las frutas silvestres... todo ocurre dentro de la selva, por eso lo dibujé así.

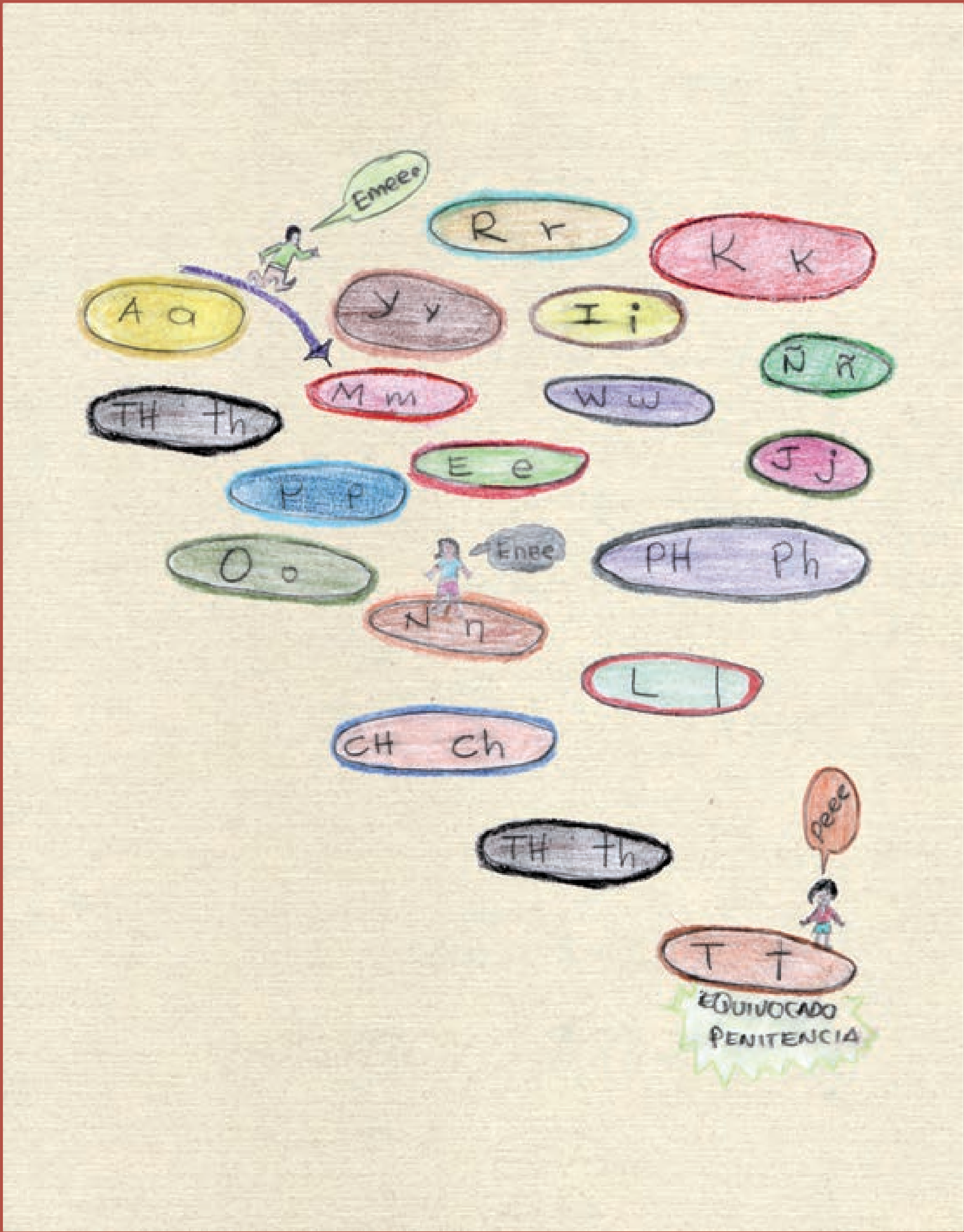
DIFILCULTAD PARA COMPRENDER EL ALFABETO 1 KAMEJEYA

Contada por: Wilder Yukuna
Profesor de la escuela Imari-Puerto Libre

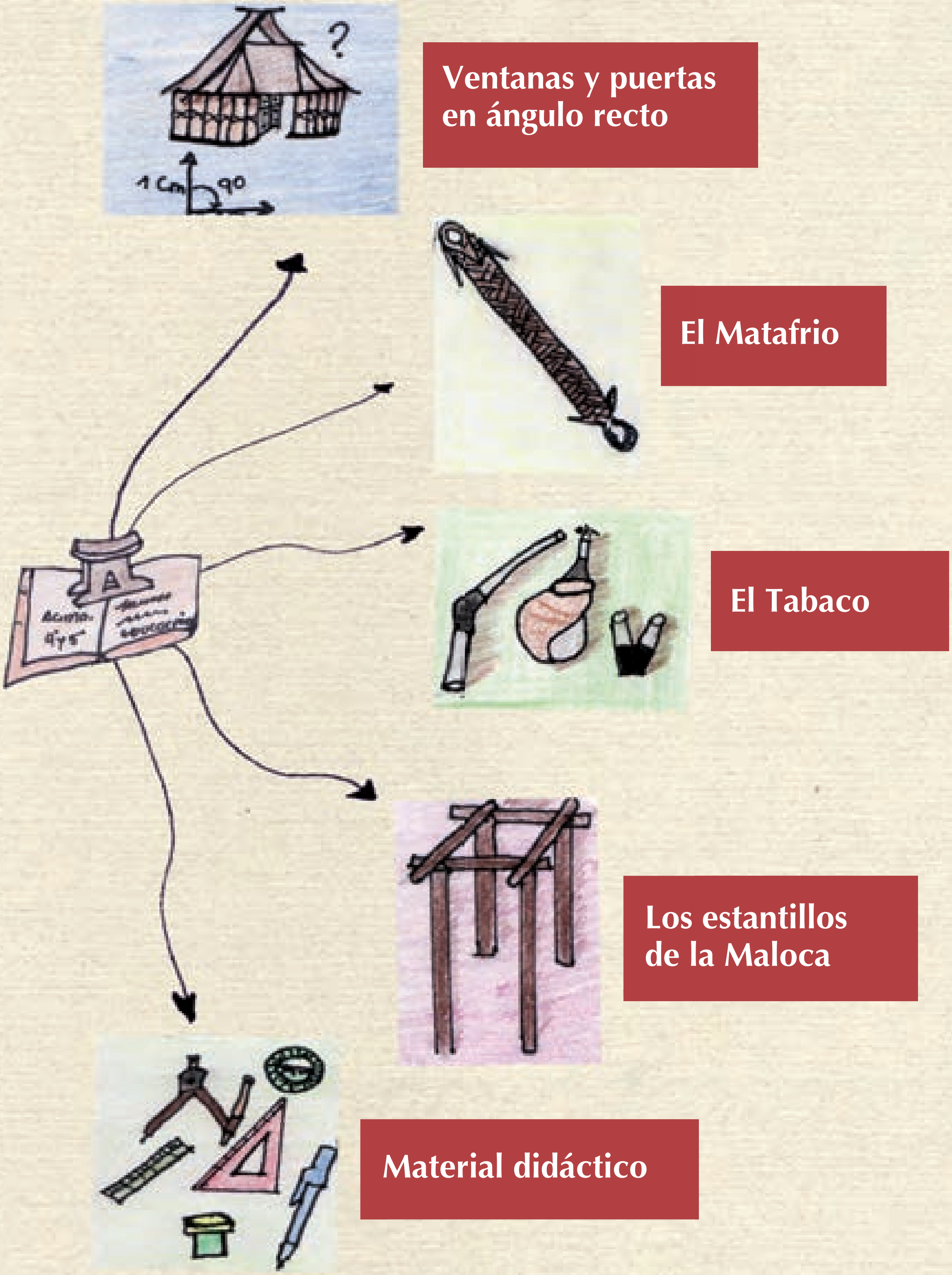


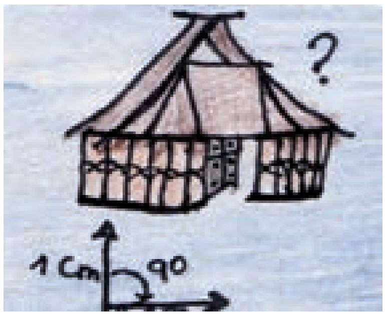
"Después de varias clases en las que intenté explicarles a los niños las letras de nuestro alfabeto, ellos no habían podido aprenderlas. Entonces busqué un mecanismo más práctico o más divertido para conseguir que aprendieran.

Luego de varios intentos pude encontrar una estrategia: se me ocurrió un juego que consistía en escribir sobre el piso del patio de la escuela el alfabeto KAMEJEYA en forma desordenada. Organicé a los estudiantes en dos equipos. Cada niño tenía que grabarse el nombre de las letras, luego escogía una, saltaba por encima y debía leerla en voz alta. Si la nombraba equivocadamente su equipo perdía y él tenía que pagar una penitencia. Mediante este juego los niños lograron aprender el nombre de cada una de las letras y a la segunda vuelta de cada grupo, ya todos los niños saltaban contentos y las repetían sin equivocarse."


Emeee
R r
K k
A a
Y y
I i
Ñ ñ
M m
W w
TH th
E e
J j
P p
O o
Enee
PH Ph
N n
L l
CH Ch
TH th
peee
T t
EQUIVOCADO
PENITENCIA

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE COTIDIANO





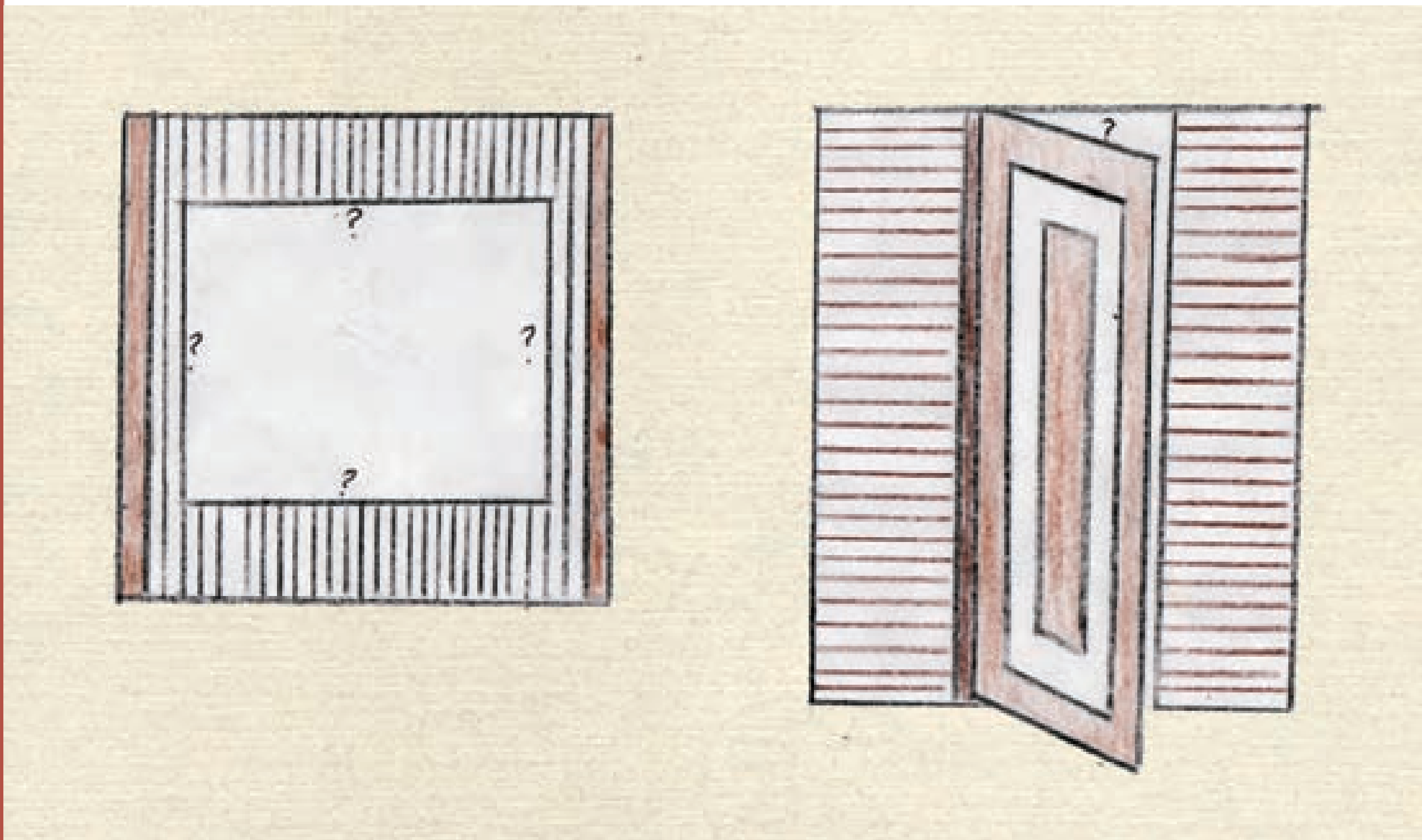
VENTANAS Y PUERTAS EN ÁNGULO RECTO

Contado por: Wilber Rivas
Director de las escuelas del PANI

Después de oír algunas experiencias de los compañeros, Wilber decidió narrar una historia de aprendizaje.

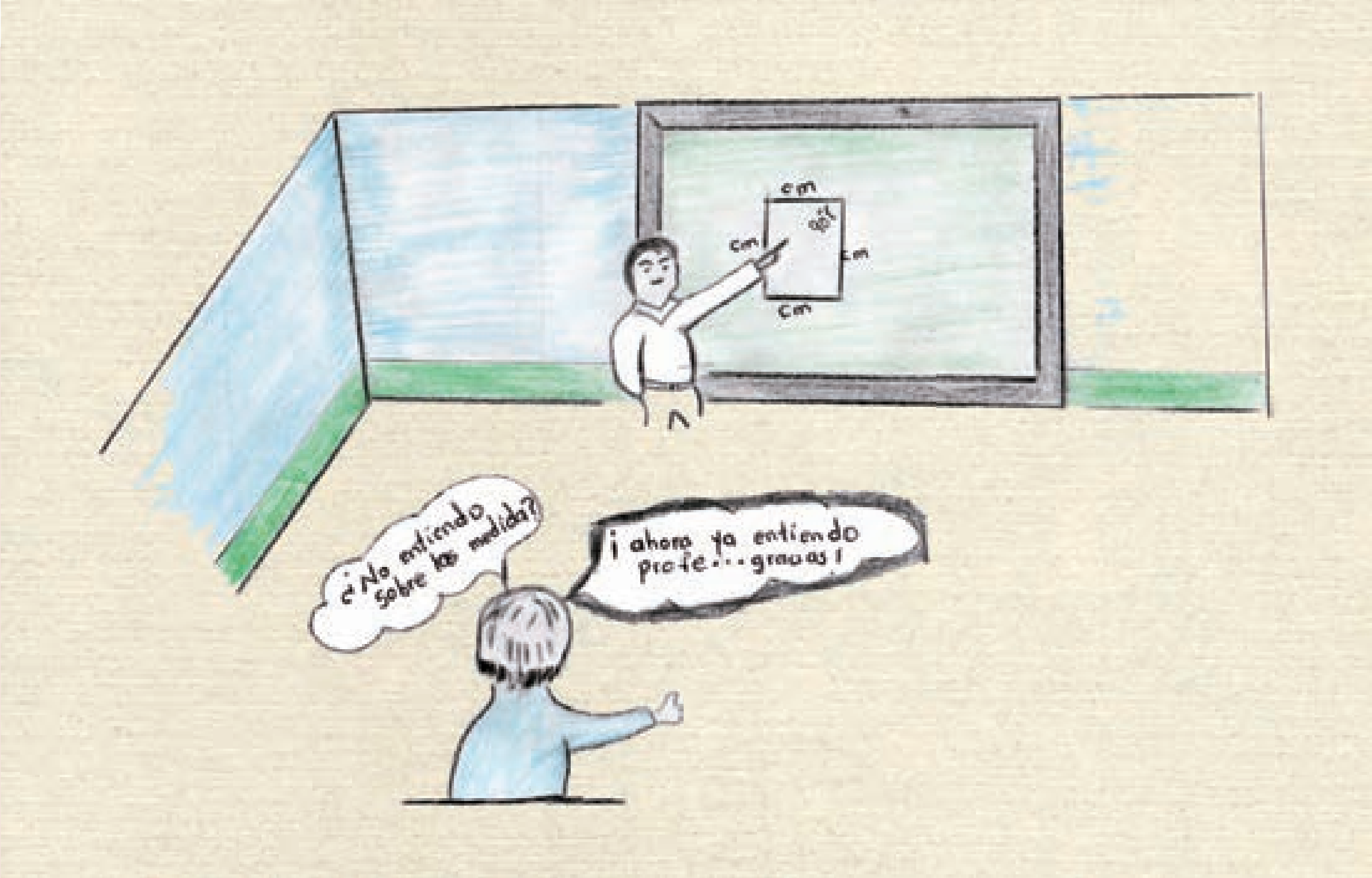
"Cuando era niño, más o menos a la edad de unos 7 años se destacaba por ser un niño muy despierto y observador. Si entraba a una casa siempre tenía muchas preguntas. Observaba con mucha curiosidad la forma como estaban construidas las ventanas, las puertas y la división de los espacios, de ahí le surgían muchos interrogantes.

¿Cómo hacen para sacar algo tan perfecto, tan exacto, todo igualito?



Un día, mientras avanzaba en su escolaridad, en una clase de matemáticas le explicaron sobre la construcción de los ángulos rectos y sobre las medidas de los lados de una figura de cuatro lados. En ese momento se le vinieron a la cabeza las imágenes de las ventanas y puertas que él había visto, comprendiendo las herramientas y el procedimiento que se debía tener para producir algo tan perfecto.

Comprendí que todos los aprendizajes responden y surgen a partir de preguntas y cuestionamientos, vienen de los intereses e inquietudes que cada uno tenga, y varían según dónde ponga uno la mirada y hacia dónde lleve sus reflexiones."



APRENDIZAJE DE LA FABRICACIÓN DEL MATAFRIO

Contado por: Aristides Letuama
Profesor escuela Awaurita - Oiyaka

Hace tiempo, cuando estaba en el internado cursando el grado tercero, llegó un señor a enseñarnos un tipo de artesanía llamado matafrío… El traía toda la fibra consigo pero lo malo era que nos tocaba pagar por ella. Como en ese momento yo no disponía de dinero para comprar las fibras, no pude recibir la explicación. Al otro día, después que pasó todo pude conseguir la fibra pero ya el maestro no tuvo mucha paciencia para explicarme. No sé por qué lo hizo así, simplemente me llamó, cogió las fibras que tenía en mis manos y sin decirme nada empezó a tejer. Cuando terminó el tejido me dijo:

Téjelo! ya viste como lo hice!

Qué problema! Como en el primer intento no lo hice sentía miedo de cometer errores. Después de un rato volvió y me dijo:

Así está mal! ¿Cómo es que no puedes aprender? Mira bien como lo hago!

Pero realmente era muy complicado acercarse al maestro, yo creía que siempre me iba a regañar… Volvía a intentarlo pero llegaba él y decía:

Está mal! Suelta todo y empieza a tejer de nuevo!

Pero al soltar las fibras se reventaban. De verdad lo intenté pero al final no pude aprender.

Hace apenas tres años, cuando regresé a casa después de terminar el bachillerato, decidí que ahora si lo iba a aprender, puesto que un matafrío es indispensable para la preparación del alimento de todos los días. Mi papá sabe hacer matafrío y como se había dañado el de su casa, él se puso a la tarea de hacer uno nuevo. Me acerqué y le pedí que me enseñara. Yo no me le había acercado antes porque pensaba que él no tenía mucha paciencia para enseñar, pero que sorpresa, descubrí que es el mejor de los maestros a la hora de enseñar a tejer cestería.

Papá, ¿puedo aprender con usted?

Sí, pero la única manera de lograrlo es que cojas la fibra y lo tejas al lado mío.

Ya en el proceso él cogió fibra suficiente para un matafrío y yo conseguí para hacer el mío. Me explicó con detenimiento y pude resolver mi dificultad inicial en los amarres. En un principio yo pensaba que se hacían de a dos pero él me aclaro que debían de ser de a tres, así se hace la estructura base del tejido completo.

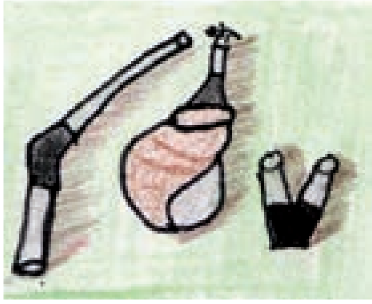
Para los amarres iniciales apartó a un lado un grupo de fibras, en el otro lado dejó otro.

Así se comienza, dijo!

Él empezó y yo lo imitaba en todo. Él me miraba y cuando cometía un error me decía:

Analiza y compara con el mío para ver donde está tu error. Para una persona como tú esto no es difícil, sólo necesitas concentrarte. Tú sabes observar, analizar, corregirte, sumar y restar que son la base de cualquier tejido.

Yo mismo analizaba y corregía mis errores, era una manera muy agradable de aprender, lo entendí con facilidad pero me demoré un buen tiempo para hacerlo rápido. Algo que se me complicó mucho en un primer intento, hoy lo puedo hacer sólo y rápido. Ahora deduzco que el matafrío tiene un concepto matemático muy complejo, que sólo se puede aprender partiendo desde la dificultad, pasando por la repetición para llegar a la solución.



EL TABACO

Contado por: Iván Letuama
Profesor escuela Awaurita - Oiyaca

"Siempre fui muy curioso, a la edad de seis años descubrí algo y viví una experiencia que nunca en la vida he podido olvidar. Un día que mi padre estaba oliendo tabaco, me quedé mirándolo por un buen rato. Tenía una gran curiosidad por conocer la sensación que produce oler tabaco y le manifesté mis ganas de probar, sin embargo el se negó. Me dijo:

– Tu todavía no estás en edad para que te cure el tabaco. Tranquilo! espera un poco, no te preocupes que eso es tuyo.

Preocupado yo le pregunté a mi madre:

– ¿Por qué no puedo oler el tabaco?

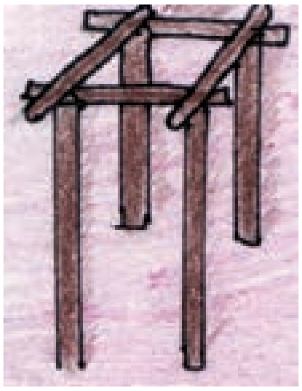
Mi madre me dijo:

– Ese tabaco es sólo para los adultos, no se parece al mambe, como tú piensas. Si lo pruebas es amargo en la nariz, no es dulce, como el mambe, además te puede producir desmayo, sudor, dolor de cabeza y hasta hacer vomitar.

Volví a insistir nuevamente y esta vez mi intención era probarlo sin esperar más. Si no me daban yo lo iba a probar solo. Un día se le acabó el tabaco a mi padre y le tocó hacer otro nuevo, cuando ya había terminado comencé nuevamente a hacerle preguntas al respecto. Ese día a mi padre se le acabó la paciencia y me curó el tabaco. Aunque él estaba un poco preocupado de todos modos me lo curó y empezó a cargar tabaco en el hueso soplador. Ahí me llamó y me dijo:

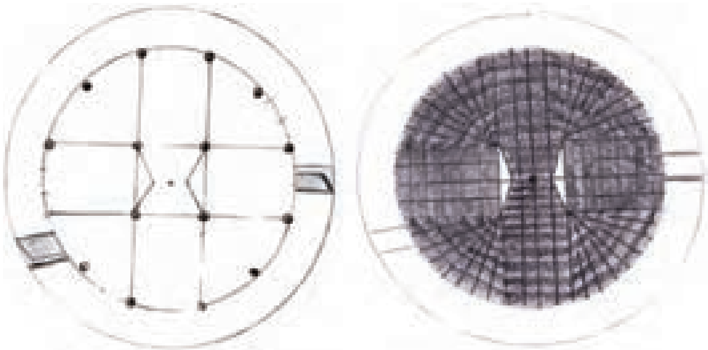
– Ahora sí acércate y alista tu nariz, jovencito.

Me le acerqué ansioso y me sopló el tabaco por el lado derecho de mi nariz. Sentí un dolor tan fuerte que salí corriendo al patio, pero me faltaba el lado izquierdo. Mi padre me siguió para soplarme el otro lado pero yo ya no podía respirar, después de soplarme por ambos lados quedé privado unos treinta segundos, no podía respirar, corría por todos lados hasta que mi madre me llevó un poco de agua y me dio de beber, más tarde vomité y sudé. Después de un rato ya me sentí mejor pero no quise volver a sentir este dolor por mucho tiempo. No volví a acercarme al tabaco hasta después de que cumplí diez (10) años.”



UBICACIÓN DE LOS ESTANTILLOS DE LA MALOCA

Contado por: Germán Yukuna
Profesor escuela Imariya, Puerto Lago



"Durante mis años de estudios de primaria y bachillerato no tenía ni la más mínima idea sobre la razón de la ubicación de los estantillos de una maloca. Simplemente pensaba que se acomodaban al gusto personal o la forma natural para cada maloquero. Un día en que trabajaba en el internado "San Antonio de Padua"; los estudiantes participaron en la organización del baile tradicional de Mera´ñala, los acompañaban algunos mayores, padres de familias y profesores.

Una tarde antes del baile, fuimos de visita con todos los niños a la maloca, la casa tradicional de la cual está encargado el señor Gonzalo Yukuna. Cuando llegamos el director del internado le explicó el motivo de la visita, pidiéndole que nos contara sobre las funciones y la forma organizativa de una maloca y el trabajo del maloquero.

Gonzalo Yukuna se puso a explicar todo lo que él sabía sobre el tema y sobre la forma como se organiza todo en una maloca para preparar un baile. Dentro de su explicación el tocó el punto de cómo están ubicados los estantillos de una maloca. El decía que estos estaban ordenados en línea recta, tanto vertical como horizontal y diagonal. Los estantillos tenían que coincidir uno con el otro y los iba señalando para nosotros.

Inmediatamente entendí el orden que siguen estas columnas, comprendí que no se acomodan al gusto personal de cada dueño de maloca. Desde entonces cada vez que entraba a una nueva maloca lo primero que hacía era fijarme en las posiciones de los estantillos para a ver si todos coincidían en líneas rectas. A partir de allí llegué a concluir que en todas las malocas se mantenía el mismo orden.

MATERIAL DIDACTICO

Contado por: Edilberto Matapi
Profesor escuela Yuwinata - Puerto Nuevo

"Cuando comencé a trabajar con los niños soñaba con tener material didáctico traído de afuera (bloques lógicos, mapas, juegos etc.). En diferentes talleres para docentes me han explicado la importancia de trabajar con materiales del medio y cuando comencé a hacerlo me di cuenta que los niños me entendían mejor si empleaba materiales que ellos conocían porque los habían tenido siempre a su alcance."

Desde entonces puedo hacer mi clase con los materiales que tenga a la mano y tener buenos resultados.

PROBLEMATIZACIÓN DEL ACTO DE OBSERVAR Y DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE OBSERVACIÓN EN LAS PRÁCTICAS ESCOLARES

Tanto para adquirir conocimientos como para lograr una buena experiencia de aula es necesario fijarnos ciertos modos de observación que se caracterizan según diferentes etapas. Cuando hicimos en el taller ejercicios de observación detallada conseguimos entender la diferencia entre ver y mirar, y darnos cuenta de las diferentes etapas específicas que se necesitan para observar en detalle. Aprendimos que hay varios métodos para entrenar la observación del docente que trabaja en actividades educativas.

Para aprender a mirar, fuimos confrontados en diferentes juegos de imágenes que consistían en tratar de identificar una figura, difícil de reconocer a primera vista. Para resolver el problema de observación y ponernos de acuerdo sobre la identidad de la imagen, nos dimos cuenta que la observación cambia según cual sea la posición espacial del observador frente al dibujo, y su interpretación o lectura depende mucho de los intereses y vivencias que cada uno haya tenido.

Por ejemplo, en una de las imágenes nos detuvimos durante mucho rato pensando y tratando de analizar de qué se traba.

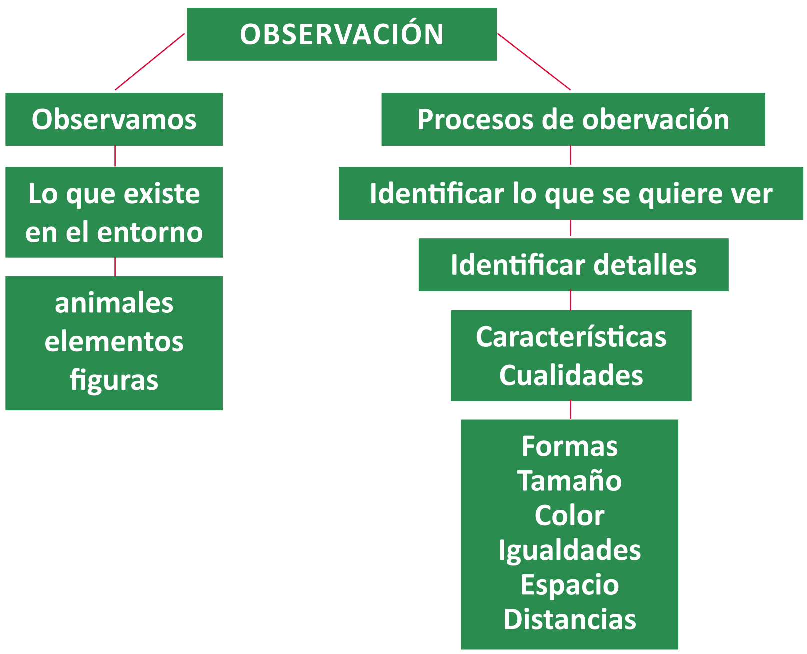
Después de un tiempo, uno de nuestros compañeros, descubrió que se trataba de una ropa colgada por fuera de la ventana de una casa. Era un ejercicio muy complicado para nosotros, porque en nuestro contexto cotidiano no estamos familiarizados con el tipo de ventana, las cortinas, ni con las medias largas que se ven en el dibujo. El compañero que identificó el verdadero sentido del dibujo, nos estuvo contando que cuando estudiaba en un colegio de Villavicencio, pasaban una novela por la televisión que se llamaba "Medias veladas", de ahí que haya sido él quien descubriera el significado de esta imagen.

De acuerdo al ejercicio planteado entre todo el grupo se especificó cómo debemos hacer una observación, distinguiendo los siguientes criterios básicos.

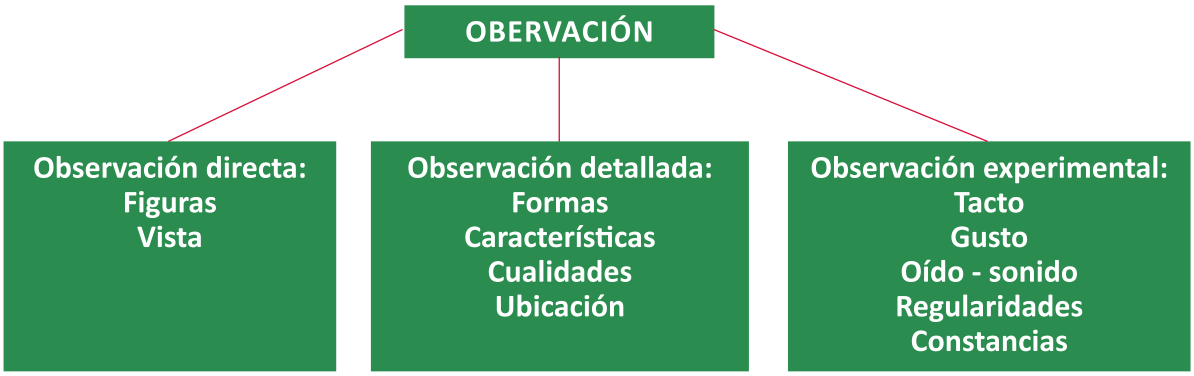
1. Se escoge la parte del dibujo que es más fácil de reconocer
2. Se comparan las distintas figuras entre si
3. Se precisa la observación
4. Se descarta lo que se conoce
5. Se pone atención a los espacios en blanco tanto como a los espacios en negro
6. Se miran los bordes, líneas, trazos y la orientación de la imagen en las distintas posiciones.

Este ejercicio fue la base para que cada grupo definiera un proceso de observación desde sus propios criterios o parámetros, uno que se pueda usar para la observación que necesita un profesor con sus estudiantes.

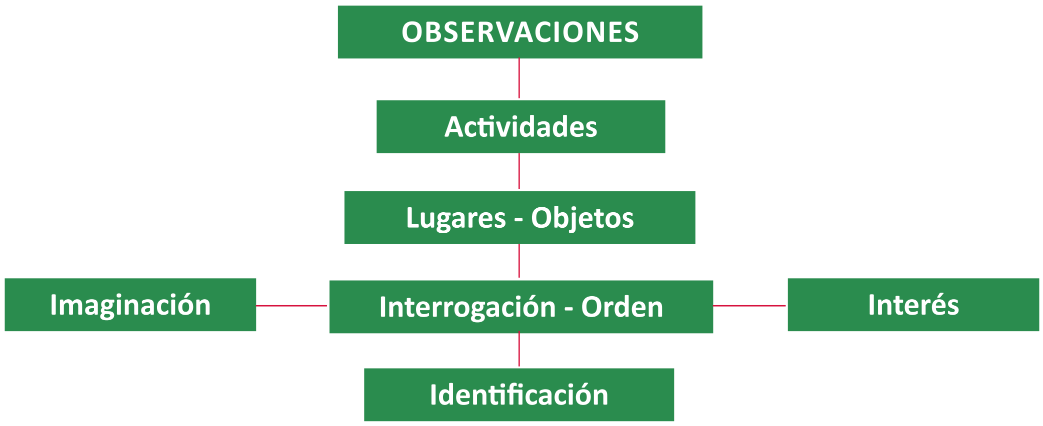
Estadística



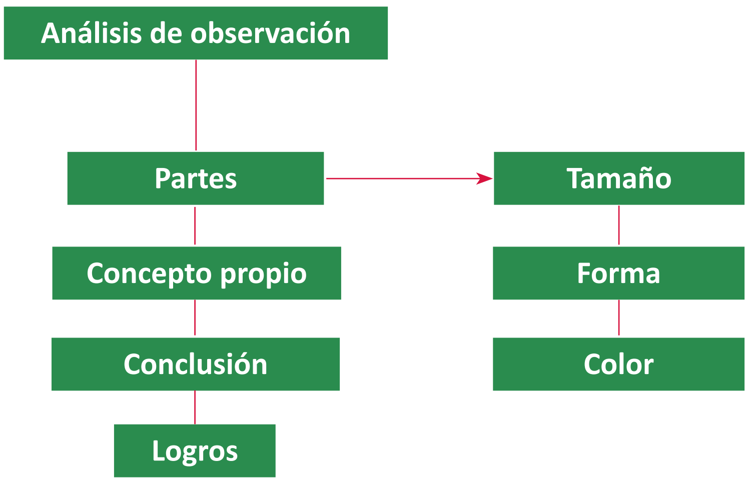
Sistema de medidas



Sistemas numéricos



Geometría



Lógica

En los anteriores mapas conceptuales podemos darnos cuenta que la observación es un proceso muy sencillo que puede ser abordada de diferentes maneras, que es un medio que realmente le permite observar al docente todo cuanto sucede en una clase. Tuvimos también ciertas discusiones en el grupo sobre cuál es el "objeto de estudio" para nosotros. Observar el proceso de aprendizaje de un niño no es igual a observar un objeto o una imagen, puesto que el niño tiene cambios constantes de comportamiento y de actitudes, dependiendo del estado de ánimo que tenga, la relación con sus familiares, sus compañeros y con el profesor, mientras que una imagen o una cosa se mantiene sin cambios. A partir de los anteriores diagramas y después de debatir los diferentes temas que se dieron, hicimos un cuadro general que para nosotros sintetiza la esencia de la observación de los procesos de aprendizaje en el aula.

QUIÉN OBSERVA	QUÉ OBSERVA	CÓMO SE OBSERVA	NIVEL DE OBSERVACIÓN
EL DOCENTE • Establecer la interrogación para el problema. • Observar el proceso o los pasos que llevaron al grupo a resolver el problema. • Estar atento a descubrir en qué momento se produjo la comprensión. • Saber guiar el proceso para que los niños no se dispersen y no pierdan el interés. • Proponer que representen el problema por medio de dibujos, dramas o gráficos, si se ve útil o necesario. • Proponer llevar a cabo la experimentación del problema. • Llevar al aula o saber dónde conseguir los materiales necesarios para la experimentación.	AL ALUMNO • Comportamiento y actitudes. • Interés del grupo por resolver el problema. • Capacidad para resolverlo. • Valores sociales: de qué maneras se relacionan los niños entre sí durante la actividad. • ¿De qué maneras pudieron resolver el problema planteado? • Obtuvieron un resultado correcto o incorrecto • ¿Qué estrategias cognitivas utilizaron para resolver el problema? • Fueron creativos para desarrollar el problema	• Sentidos: - Vista - Oído - Tacto - Mente • Imaginación: ¿Qué ideas y estrategias se inventaron para llegar a las propuestas de solución? de qué manera se pudo resolver el problema. • Cognitivo: Analizar, Representar, Interpretar, Conocer. • Instrumentos del medio utilizados para la Experimentación.	DIRECTA Es preciso afirmar que es una observación cotidiana sin concentración profunda. DETALLADA Es más analítica, de mayor concentración. No se mira de manera global sino que se busca un camino y un sector para hacer la observación. SISTEMÁTICA Requiere de instrumentos más finos, como fichas técnicas, aparatos y un trabajo planeado de observación y experimentación Cuadro guía para la observación de las experiencias de aula

Cuadro guía para la observación de las experiencias de aula

Teniendo a mano el esquema general de observación cada grupo eligió a una persona que desempeñaría el rol de observador. Ella iba a aplicar el esquema del cuadro mientras el resto del grupo solucionaba un problema específico de matemáticas.

PROBLEMATIZACIÓN DEL ACTO DE OBSERVAR Y DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE OBSERVACIÓN EN LAS PRÁCTICAS ESCOLARES

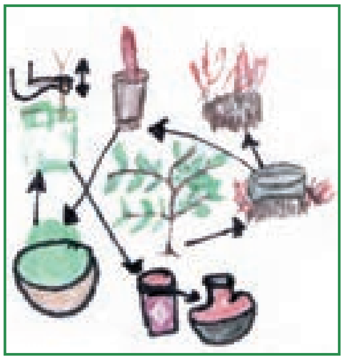
Elaboración del mambe

Fracciones y fraccionarios

Enfermedades más frecuentes

Geometría en las hojas de las plantas

Cubos: lados, área y peso



ELABORACIÓN DEL MAMBE

LÓGICA

Observadora: Enith Yukuna

Problema Planteado: Describa el procedimiento de elaboración de los diferentes tipos de "mambe" especificando las proporciones exactas o aproximadas de los ingredientes.

Descripción de la observadora:
El diálogo nos acompañó desde el principio:

Wilson Matapi decía: La cantidad del mambe se define dependiendo de las actividades que se piensa realizar.

Evelio Yukuna por su parte anotaba: Las calidades del mambe resultan de las diferentes técnicas y del gusto de las personas que la elaboran, mezcla de las cenizas, humo e incienso. Esto se hace cuando se ahuma de la ceniza.

Aristides Letuama sintetizaba: cualquiera que sea la cantidad que se haga y la calidad que se quiera, el procedimiento de elaboración siempre va a ser el mismo.

Cuando se discutía el problema todos los compañeros escuchaban, aportaban ideas desde sus mismas experiencias en cuanto al proceso de la elaboración del mambe. Entre todos hicieron un esquema gráfico del tema.

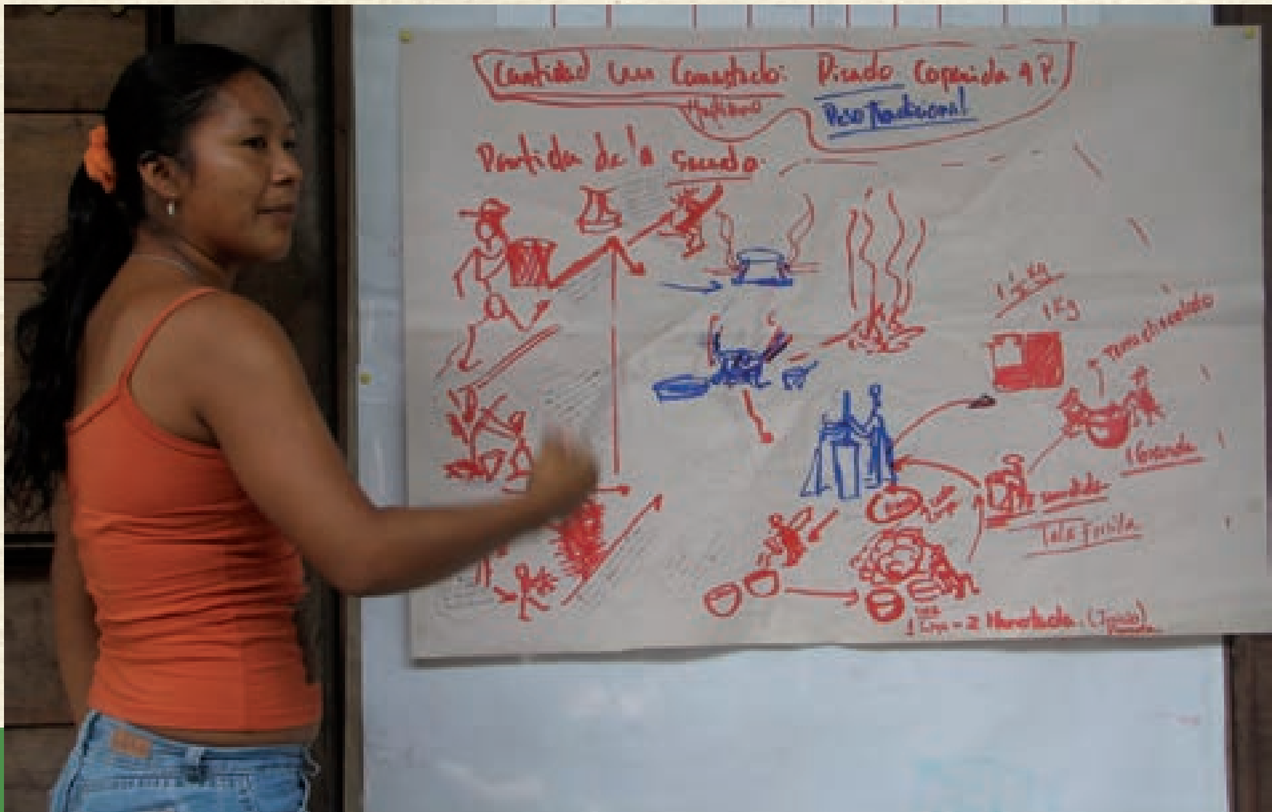
Para resolver el problema acuerdan que deben de partir de una cantidad específica de mambe, hablan de las actividades donde se utiliza el mambe: mingas, bailes tradicionales, rituales sagrados, curaciones, caza. Entre las conversaciones manifestaron que la coca es sagrada y llegaron a la conclusión de que para resolver este problema tienen que tomar en cuenta tantos factores distintos que su desarrollo se vuelve complejo.

Interrogantes y preguntas planteadas para el grupo: Surgieron varias preguntas de tipo cerrado y abierto, argumentativo, recreativo y otras dirigidas al observador. ¿Para qué se mambea?, ¿En un canasto mediano cuántas veces se debe pisar las hojas de coca para llenarlo?, ¿Cuál es el sinónimo de la palabra pisar? y la pregunta para la observadora: ¿Usted colabora en la elaboración del mambe?

Estrategias organizativas e interés en el trabajo:
Durante el trabajo, se motivaron unos a otros, dialogaron entre sí. El grupo total describe oralmente el procedimiento y Aristides sobre un papel va representado gráficamente todos los diferentes momentos de los que se habla en la discusión. Apartado del grupo, Carlos Letuama escribe sobre el proceso del mambe en un papel, muy pocas veces interactúa con los demás.

Los testimonios recogidos hablan de la importancia de tener conocimientos previos sobre el tema, así como de su importancia cultural que lo ubica en el límite con lo sagrado. Todos llegaron a la conclusión de que esa razón los llevaba a estar muy pendientes para no entrar mucho en los temas sagrados. También analizaron que cada etnia (yukuna, tanimuka y letuama) tiene su propio procedimiento para hacer el mambe. Como conclusión de tipo matemático se estableció que las cantidades de la mezcla son magnitudes proporcionales, que pueden ir de lo más simple a lo más complejo.

Resultados:
Representación gráfica en orden secuencial
Descripción del procedimiento por medio de un dibujo
Planteamiento de actividades adicionales como sugerencia al problema planteado.



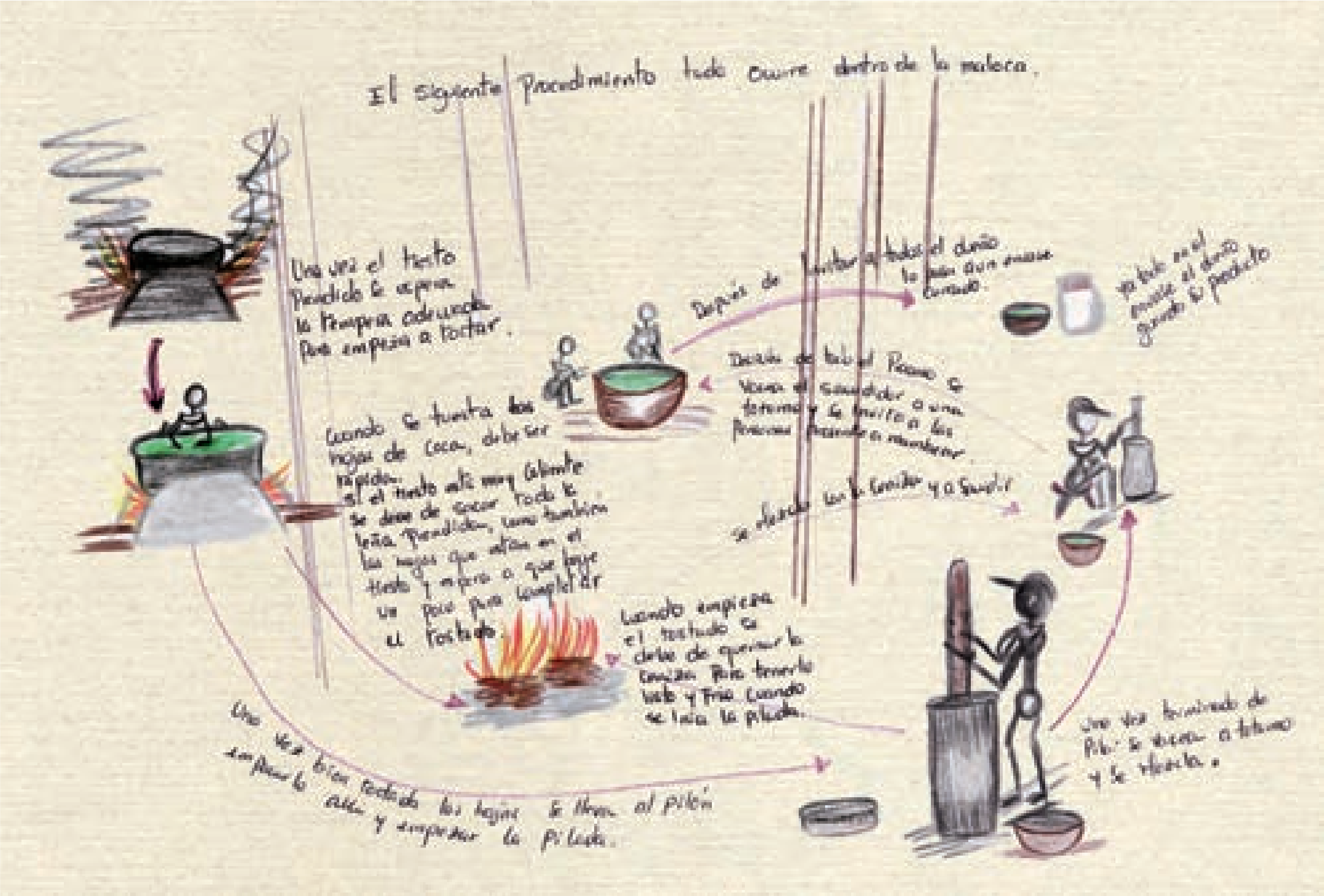
Resolución del problema:
Leímos muy bien el problema y partimos de las siguientes preguntas:

¿Cuáles son los tipos de "mambe"?
¿Será la calidad?
¿Cuál es la historia del origen?
¿La calidad depende de las distintas clases de plantas de coca?

A partir de estas preguntas se generó una discusión, después nos pusimos de acuerdo para abordar el problema: partimos de la descripción del proceso de elaboración del "mambe". Los espacios y las actividades básicas en el procedimiento del mambe:

Se sale a la chagra por el camino a sacar la hoja de la coca y a recoger las cenizas de un rastrojo de hoja secas de uva. Regresa a la maloca con las hojas de coca y la ceniza y en un segundo momento sale a buscar leña a la chagra recién tumbada.

Se regresa a la Maloca (Gráfico siguiente) donde se tuesta, se pila, se mezcla, se sacude o cierne, se ofrece el mambe fresco y se empaca en un envase cerrado.



Para nosotros existe un solo proceso de elaboración de mambe pero sí existen diferentes resultados o tipos de "mambe", en éste influye mucho el gusto y las maneras de la persona que lo hace: si lo hace con humo, incienso para dar sabor dulce o amargo. Aunque cuando resulta muy amargo es cuando por descuido se quema durante el tostado, pero... a casi a nadie le gusta así.

Cuando pensamos en la cantidad del mambe, éste depende de la actividad que se piense realizar; baile, minga, rituales, consumo personal u otros. Ya para resolver el problema planteado sólo pudimos identificar las constantes presentes en la cantidad de ceniza que se necesita para la mezcla.

Como paso a seguir, acordamos cual sería una cantidad base para trabajar y sobre ella ilustrar el procedimiento de fabricación del mambe, sabiendo que se aplica el mismo proceso cada vez.

Procedimiento de elaboración:

La cantidad inicial es un canasto, mediano lleno que sirve para producir dos totumas piladas y cernidas, elaboradas por una sola persona. Con esta base ya se puede solucionar el problema con más facilidad, de acuerdo con el siguiente ejemplo:

Para sacar mambe la proporción de la mezcla es la siguiente:

Después de la tostada, se llena una cuya para hacer la primera mezcla. Se le agregan dos manotadas de ceniza y se empieza a cernir. Las otras mezclas se hacen de la siguiente forma, dando la proporción de la cantidad de ceniza con la de la coca que sale de cada pilada. Como se muestra en el gráfico, la cantidad inicial de coca pilada va disminuir y la ceniza correspondiente también disminuye. Este proceso ilustra el concepto matemático de proporcionalidad directa.

Elementos necesarios para la elaboración del mambe:

Pilón
Cernidor
Ceniza
cuyas
Sacudidor
Tarro pisado
Tiesto

FRACCIONES Y FRACCIONARIOS

SISTEMAS NUMÉRICOS
Observador: Juan Tanimuka

Problema Planteado:
¿Cuáles son las reglas para la lectura y escritura de los números Fraccionarios?

Descripción del observador:
Como observador externo Juán Tanimuka debe tener en cuenta el comportamiento, la actitud, motivación, estado de ánimo, creatividad y comunicación entre los integrantes del grupo. En la descripción de su observación él llegó a concluir que con este método de análisis se llega a dar cuenta del modo cómo los alumnos aprenden. Su descripción fue la siguiente:

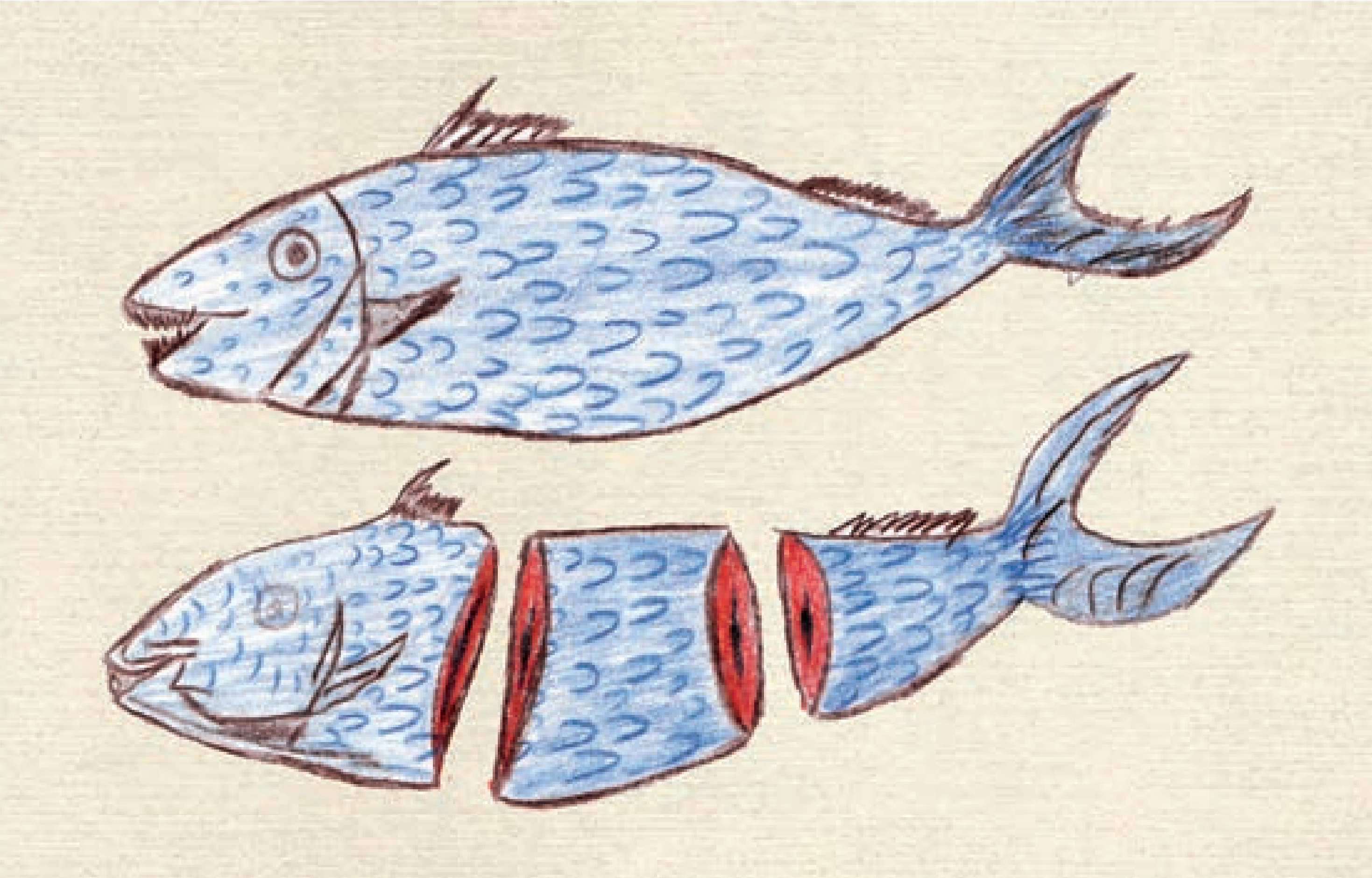
- Cada uno de los estudiantes se sintió muy preocupado.
- Tuvieron un diálogo con ejemplos y comparaciones donde cada uno aportaba sus ideas.
- Los alumnos demostraron buenas actitudes.
- Leían varias veces el problema planteado.
- Prestaban mucha atención a las opiniones de sus compañeros y entre todos analizaban.
- Muchos de ellos no hablaban por estar pensando.
- Escuchaban con respeto la interpretación de cada una de las ideas personales.

Finalmente el grupo se unió para la construcción de las gráficas y así obtener una explicación más detallada. El grupo demuestra capacidad, interés, responsabilidad en descubrir y resolver un problema de su vida cotidiana.

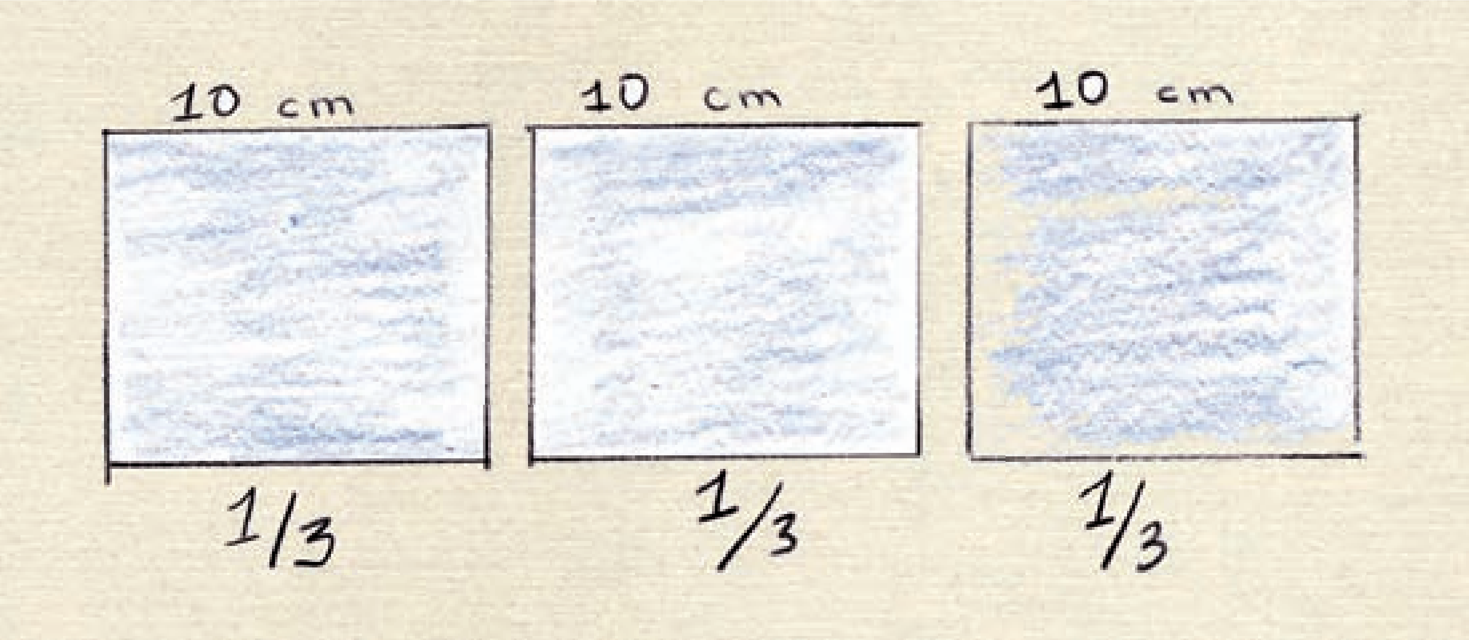
El proceso que llevó el grupo para resolver el problema:
En un principio nos vimos muy embolatados a la hora de resolver el problema planteado. Nos habíamos basado en una expresión verbal para describir porciones y en un procedimiento de fraccionamiento empleado cotidianamente. A ambos nosotros los queríamos ver como procesos equivalentes de la operación de los fraccionarios. Pero esas prácticas no se basan realmente en el concepto matemático de establecer partes iguales de una unidad.

El primer ejemplo viene de nuestra forma de llamar a un atado de leña con la palabra “tercio”. Por ejemplo, se dice cargar “un tercio de palo de yuca”. En estos casos pensábamos que se trataba de un ejemplo del fraccionario 1/3 pero ya sabemos que en realidad ese es el nombre de un montón o de una porción que se puede llevar a la espalda, amarrado o no. Se puede también terciar la escopeta o incluso “terciar en una discusión”, cuando uno interviene para resolverla (Pequeño Larrouse Ilustrado). Ese “tercio” no es una de las terceras partes de una unidad partida en tres y que tienen tamaño igual.

Para nosotros como profesores, es complicado tratar de imaginar, experimentar y al mismo tiempo descubrir cómo incorporar el conocimiento de los fraccionarios matemáticos a partir de usos cotidianos de nuestra cultura. ¿Cómo facilitar a los niños el aprendizaje de esta clase de números y de manera correcta si la estrategia de aprendizaje que usábamos no era apropiada? Para la unidad tomábamos un pescado y siguiendo una costumbre nuestra, lo partíamos en tres partes como si fueran sus fracciones, cumpliendo apenas con el hecho de ser una unidad partida en tres. El problema está en que esas partes no son realmente iguales: la cola, la cabeza y la parte del tronco no tienen la misma forma, ni tampoco tienen que pesar lo mismo, ni tener el mismo volumen. Entonces a partir de esa representación cotidiana de sacar porciones explicábamos la operación de fraccionarios.



Cuando discutimos y reconocimos el problema, establecimos que cuando se vaya a explicar el tema de fraccionarios, hay que presentarlo en dos partes: una va a explicar qué son las partes y que es el todo o unidad, en la otra se va explicar que es necesario que las partes sean iguales para poder plantear y resolver desde las operaciones matemáticas. Un ejemplo preciso para ilustrar esta división son los rectángulos, que dejan ver con claridad sus partes, que se pueden medir y probar que efectivamente son iguales. Otro ejemplo de este tipo de división es la de las fracciones del reloj divididas en cuarto de hora, media hora, tres cuartos de hora. Uno que viene de las medidas es con fracciones de un metro, ya que medio metro serán siempre 50 centímetros y el otro medio también será de 50 cm, ambas partes iguales correspondientes a una sola unidad.



Reglas para la lectura y escritura de los fraccionarios:

- Tener en claro el concepto de unidad
- Entender qué es una parte fraccionada
- Poder representarlos gráficamente
- Saber cuál debe ser la ubicación de los números
- Entender que es un numerador (UN/medio) (UN/tercio) (las mayúsculas indican el numerador)
- Entender qué es un denominador - (un /MEDIO) (un/TERCIO) (las mayúscu-las indican el denominador)
- Para leerlo se tienen en cuenta primero las partes tomadas, luego las fracciones.

ENFERMEDADES MÁS FRECUENTES

ESTADÍSTICA
Observador: Wilson Tanimuka

Problema Planteado: Identificar las enfermedades más frecuentes de la región teniendo en cuenta las causas, regularidades, frecuencias en que ellas se presentan y su manejo.

Descripción del observador:
Comencé observando que el grupo asumió el problema a resolver como si fuera un tema fácil, pero en al momento del desarrollo se encontraron con varias dificultades. Primero no tenían muy claro que querían hacer y mucho menos por donde arrancar, no se ponían de acuerdo, hubo varias confusiones, después de una discusión sin tener nada en claro aún, piden ayuda para llegar a entender el problema. Después de las orientaciones los estudiantes escogieron la manera como ellos consideraban más fácil realizar el trabajo.

Uno de los integrantes propone una idea, y dice:
Compañeros mi idea es sacar un diagnóstico de las enfermedades que se presentan en las comunidades a las que pertenecemos.

Luego de estar concentrados unos 10 minutos, cada uno expuso ante los demás sus resultados mientras uno se encargaba de anotar en el tablero para obtener una visión general de las enfermedades en el río.

Enfermedades:
- Fiebre
- Dolor de cabeza
- Diarrea
- Gripa
- Mordedura de culebras.
- Gripa
- Diarrea

- Malaria
- Cortardas con machetes
- Gripa
- Malaria
- Lesiones por golpes de palos

Después de anotar todo en el tablero, el alumno Sergio Yukuna se pudo dar cuenta que unas enfermedades se repetían con mayor frecuencia:

Los estudiantes anotaron que como ya habían descubierto las enfermedades más frecuentes, ahora podían pasar a reflexionar y discutir sobre el porqué de las enfermedades en la región y sus posibles causas.

El alumno Wilber Rivas opinó:
Las causas de esas enfermedades son los cambios climáticos.

El alumno Santiago Yukuna opinó:
Estas enfermedades surgen en determinadas épocas del año.

El alumno Robinson Yukuna opinó:
Dicen que la malaria da por no utilizar toldillos.

Noté que este grupo se caracterizaba por trabajar unido y por participar activamente, oyéndose unos a otros y respetando las contribuciones de los otros. Después de concluir el tema de las causas, a mí como observador me quedó una duda. Viendo que el grupo se estaba dispersando los llamé y les hice mi pregunta:

¿En algunas de las enfermedades mencionadas por ustedes se requiere de medios especializados para conocer realmente qué enfermedad es?

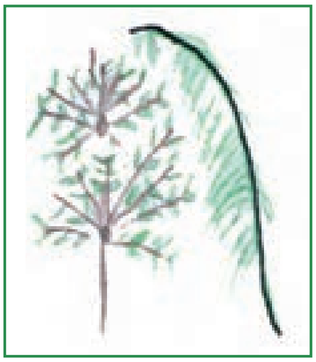
Los alumnos tomaron asiento para atender mi pregunta pero al no entender, pidieron que la repitiera. Después de explicarla nuevamente, los estudiantes pensaron un buen rato y cada uno opinó.

Sergio comentó:
Yo pienso que dos enfermedades tienen síntomas que se pueden identificar con facilidad: la Gripa y la Diarrea. Y agregó que en el caso de nosotros los indígenas, por desobedecer algunas reglas, la misma naturaleza nos castiga.

Rubiel, insistente, afirmó:
Hay una enfermedad que sus síntomas no se pueden ver así nomás. Para identificarla hay que ver muy detalladamente pero en la sangre, y para ver la sangre se necesitan unos aparatos especiales. Es el caso de la Malaria.

Los alumnos tomaron eso en cuenta e introdujeron un principio de clasificación: enfermedades visibles y enfermedades que no se pueden ver. La observación del alumno Sergio sirvió para introducir otra clasificación de las enfermedades, según el tipo de manejo que se les puede dar: manejo por conocimiento indígena o manejo por el promotor de salud comunitario.

Puedo concluir que cuando el grupo consideró que el ejercicio era fácil, no estaba viendo el problema en toda su complejidad. Las diferentes observaciones de los alumnos fueron las que llevaron a enriquecer el planteamiento del problema. Comprendieron que para llegar a una posible respuesta de un problema hay que analizarlo desde diferentes miradas, pasando por varias etapas de aprendizaje.



GEOMETRÍA EN LAS HOJAS DE LAS PLANTAS

GEOMETRÍA

Observador: Cesar Macuna

Problema Planteado: Buscar ejemplos de regularidades geométricas y numéricas de la naturaleza y descubrir sus propiedades.

Descripción del observador:

Después de plantearle el problema al grupo sus integrantes se reunieron y se pusieron a leerlo varias veces para ver cómo iban a empezar. Hubo momentos en que se quedaban mudos porque no entendían el problema, se veían el uno al otro y preguntaban donde estaban los asesores:

Necesitamos que vengan para que nos lo expliquen mejor, después si empezamos.

Cuando llegaron los asesores aprovecharon la oportunidad para preguntar de nuevo de qué se trataba el problema. Se aclararon algunas dudas y luego decidieron ir a recolectar diferentes tipos de plantas, flores, etc. con las que pudieran encontrar algunas regularidades y características geométricas en su forma. Volvieron al salón de clase y empezaron a desarrollar individualmente su trabajo, con las diferentes plantas encontradas en la salida.

Empezaron a trabajar con buen ánimo, cada uno concentrado en su trabajo, busque y busque regularidades. Algunos iban a observar las plantas y el trabajo de sus compañeros y se decían:

¿Qué encontró usted? Yo no encontré nada en lo que recogí.

Trataban de buscar en el objeto al derecho y al revés a ver qué regularidades podían encontrar. Un integrante del grupo dijo:

Voy a buscar otra matica de palma de "asai" para hacer algunas comparaciones.

Fue y la trajo comenzando a observar muy detalladamente, dijo:

¿Cuál será la primera y cuál la última hoja que sale?

Se quedó pensando un rato y al final desbarata la segunda mata para poder descubrir la respuesta. Los demás integrantes del grupo seguían trabajando individualmente, algunos experimentaban tratando de buscar en la parte más oculta del objeto tratando de hallar algo, otros continuaban callados concentrados. Después de un buen tiempo, todos terminan su trabajo y se reúnen para seleccionar aquel se va iba a exponer ante los demás grupos. Comparan sus trabajos y al final seleccionan el de la mata de “asai”.

EXPERIMENTACIÓN CON LAS HOJAS DE LA MATA DE ASAÍ:

Por: Germán Yukuna

A partir de su figura externa analicé y saqué algunas medidas y características como el color y el tamaño de las hojas. Me propuse encontrar cuál era la hoja nueva y cuál era la vieja, que era igual que saber cuál es la primera y la última hoja, y en qué se veía la diferencia.

Para este proceso fue necesario buscar otras hojas de la misma planta y analizar hoja por hoja, para así ver cuál era su estructura. Mediante ese experimento pude hallar el orden de salida de las hojas a la hora de nacer. Las hojas de la planta de Asaí, parecen un abanico, cada hoja está compuesta por otras más pequeñas y puntiagudas.

Las siguientes son las cinco primeras hojas de la planta, comenzando por la más vieja y terminando por la más joven.

Primera Hoja

Podemos observar sólo seis hojas.

Cada hojita dentro de la hoja tienen casi la misma medida unas con otras, entre 14.5cm y 14.2cm.

Las del medio tienen la misma medida, son iguales.

Segunda Hoja

Esta hoja tiene dos más que la primera, esta tiene ocho y la primera seis.

La medida de las hojitas dentro de la hoja miden entre 16.3cm y 15.3cm.

Tercera Hoja

Se mantiene en ocho hojitas, pero cada vez son más largas.

La medida de las hojitas dentro de la hoja mide entre 17.8cm y 17.9cm.

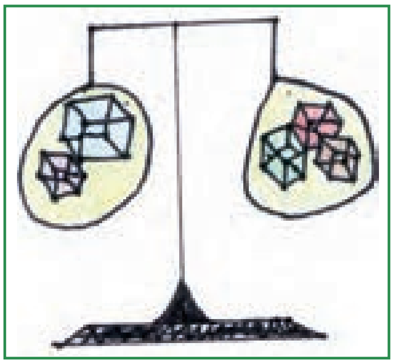
Cuarta Hoja

Aumenta una hoja más que la anterior (nueve hojas) y también aumentan en su largura: 19.3cm y 20cm.

Quinta Hoja

Aumenta tres hojas más que la anterior (doce hojas), igualmente aumenta el tamaño de la hoja, su color es más claro, ésta es la última hoja del tubito en salir.

HOJA	PROMEDIO DEL LARGO DE LAS HOJITAS	COLOR	NÚMEROS DE HOJITAS POR HOJA
1	14.5 cm		6
2	16.3 cm		8
3	17.8 cm		8
4	19.3 cm		9



CUBOS: LADOS, ÁREA Y PESO

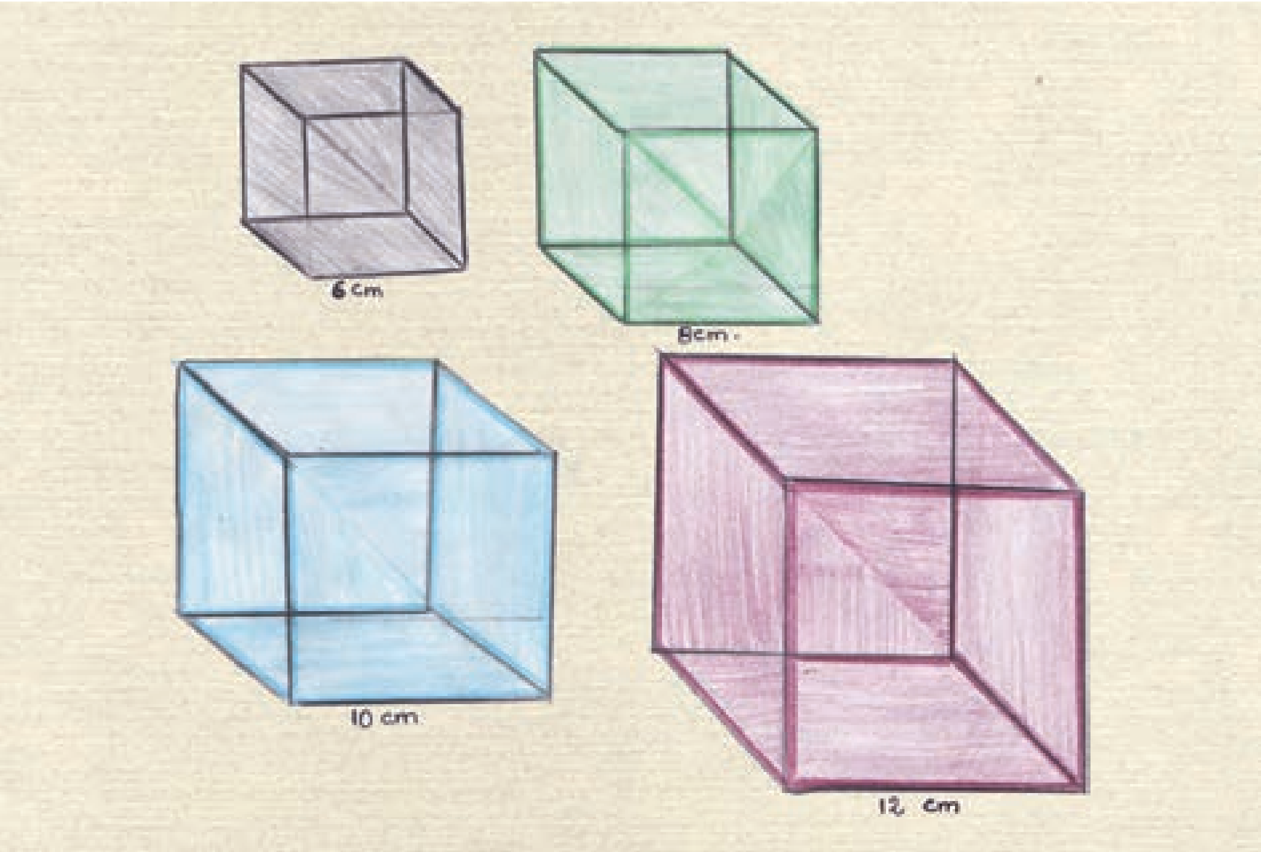
SISTEMAS DE MEDIDAS

Observador: Edgar Letuama

Problema Planteado: Se tienen cuatro cubos, cuyo lado mide 6, 8, 10, 12 centímetros respectivamente ¿Cómo se debe distribuir estos cubos en una balanza para que queden en equilibrio?

Descripción del observador:

El grupo comenzó a desarrollar el problema planteado. Tuvieron una discusión sobre cómo y de qué manera se podría resolver el trabajo. Todos se preguntaban para llegar a una sola idea común que pudiera dar solución a la tarea. Al fin consiguieron una propuesta: graficar los cubos con las medidas correspondientes.



Después de examinar detalladamente la gráfica de los cubos tuvieron una idea: sumar las medidas del cubo de 12 cm y de 6 cm que daba como resultado 18 cm, cantidad igual a la suma de los dos cubo restantes, de 10 cm y 8 cm que suman 18 cm. Con esa distribución de los cubos pensaban encontrar la balanza en equilibrio.

Pero el problema era que con esas medidas no estábamos sacando el volumen de los cubos sino sólo la medida del borde de cada uno. Para conseguir el volumen optamos por elevar las medidas de los lados del cubo al cubo (cm^3) de acuerdo a lo que consultamos en el libro de etnomatemáticas de ACIMA.

$$\left.\begin{aligned}(12\ \text{cm})^3 &= 12 \times 12 \times 12 = 1728\\ (6\ \text{cm})^3 &= 6 \times 6 \times 6 = 216\end{aligned}\right\} = 1944\ \text{cm}^3$$

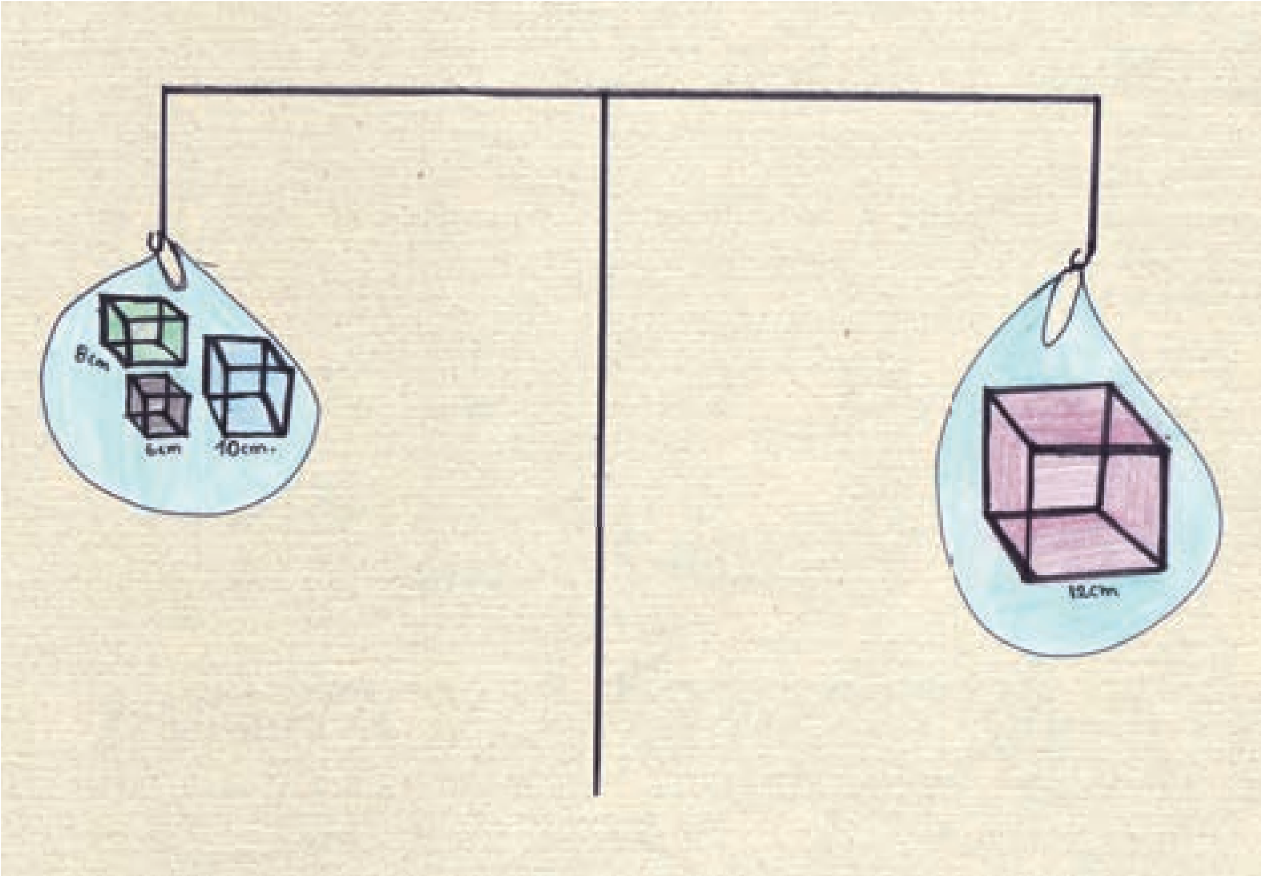
$$\left.\begin{aligned}(10\ \text{cm})^3 &= 10 \times 10 \times 10 = 1000\\ (8\ \text{cm})^3 &= 8 \times 8 \times 8 = 512\end{aligned}\right\} = 1512\ \text{cm}^3$$

Estos nuevos resultados nos llevaron a preguntarnos cómo haríamos exactamente para conseguir el equilibrio con los pesos de los cubos. Después de muchos intentos el grupo descubrió finalmente que las formulas y los resultados de la suma de los pesos de los cubos de 10, 8 y 6 cm dan igual al resultado del cubo más grande de 12 cm de lado.

$$(12\ \text{cm})^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728\ \} = 1728\ \text{cm}^3$$

$$\left.\begin{aligned}(6\ \text{cm})^3 &= 6 \times 6 \times 6 = 216\\ (10\ \text{cm})^3 &= 10 \times 10 \times 10 = 1000\\ (8\ \text{cm})^3 &= 8 \times 8 \times 8 = 512\end{aligned}\right\} = 1728\ \text{cm}^3$$

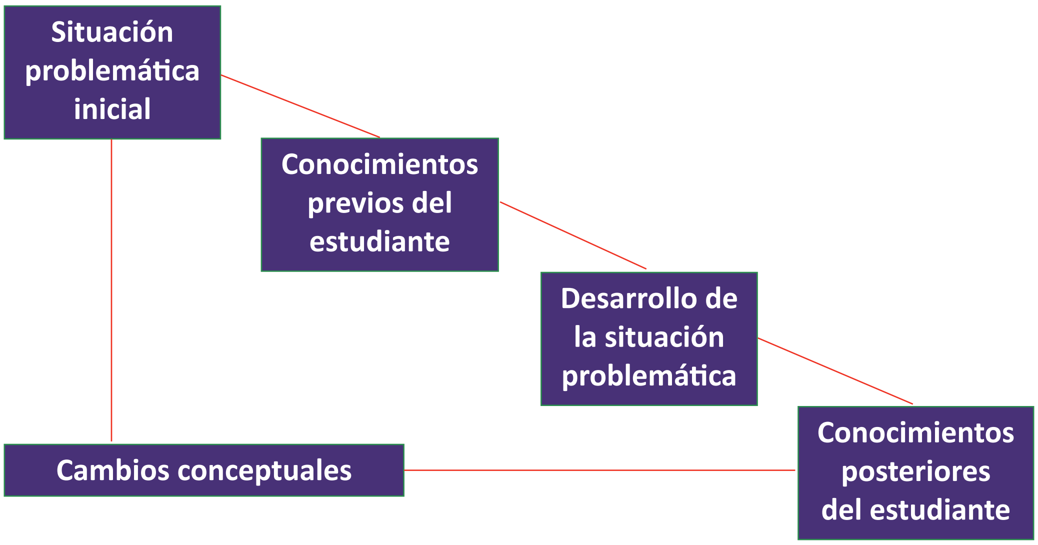
Esta última era la solución del problema, la única que permitía poner en equilibrio la balanza: un plato de la balanza con el cubo grande de 12cm, cuyo volumen es equivalente a 1728 y al otro lado los cubos de 6, 8 y 10cm cuyos volúmenes equivalen a 1728, tal como aparece en el dibujo.



Para comprobar la veracidad de su respuesta, el grupo lo verificó a través de la experimentación. Hicimos los cubos en cartulina, los rellenamos con arroz y los colgamos a los brazos de una balanza dentro de dos bolsas plásticas. Así conseguimos efectivamente el equilibrio deseado. Los cubos se equilibraron en la balanza debido a que los llenamos de arroz y los pesos a lado y lado de la balanza se igualaron.

MOMENTOS EN EL DESARROLLO DE UNA CLASE, DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE SISTEMATIZACIÓN EN CADA EJE TEMÁTICO

Durante el desarrollo de este esquema, donde se muestran las diferentes etapas del que podría ser el desarrollo de una clase, pudimos dar nombre a varias clases de actividades que realizamos cotidianamente como docentes. Al tiempo descubrimos pasos o etapas nuevas en el aprendizaje de los niños. Estos pasos a observar en los proyectos de aula, parten de una situación problemática que invita a los alumnos a participar y querer resolver por ellos mismos los interrogantes planteados. El docente no debe descuidarse y proporcionar las pistas necesarias que estimulen y permitan desarrollar el conocimiento del niño.



Utilizando este esquema que establece las etapas o momentos de una clase, se le propuso nuevamente a los docentes resolver situaciones problemáticas. Cada grupo seleccionó a uno de sus miembros para que asumiera el rol de observador-participante.

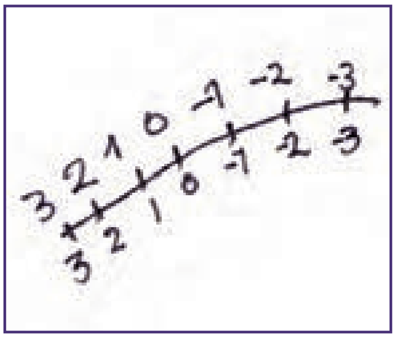
Números decimales vs.
Sistema numérico decimal

Economía en el Taller:
alimentos, cantidad y precio

1. El cazador en la sabana
2. Cruzando el río con caimanes

Geometría
en una canoa estable

Cálculos entre: agua,
mangueras y galones



NÚMEROS DECIMALES VS. SISTEMA NUMÉRICO DECIMAL

SISTEMAS NUMÉRICOS

Planteamiento del problema:

Estudiar el sistema numérico indo-arábigo occidental decimal, estableciendo los símbolos sus reglas de construcción, características y usos. Compararlo con el sistema numérico propio.

Conocimientos previos de los estudiantes:

El problema estaba planteado como sistema numérico decimal occidental y en el grupo nos confundimos con los números decimales que son los que llevan una coma (,) y esto fue lo que entendimos. Se conoce que el sistema numérico propio tiene como base la mano y la persona.

Desarrollo de la situación problemática:

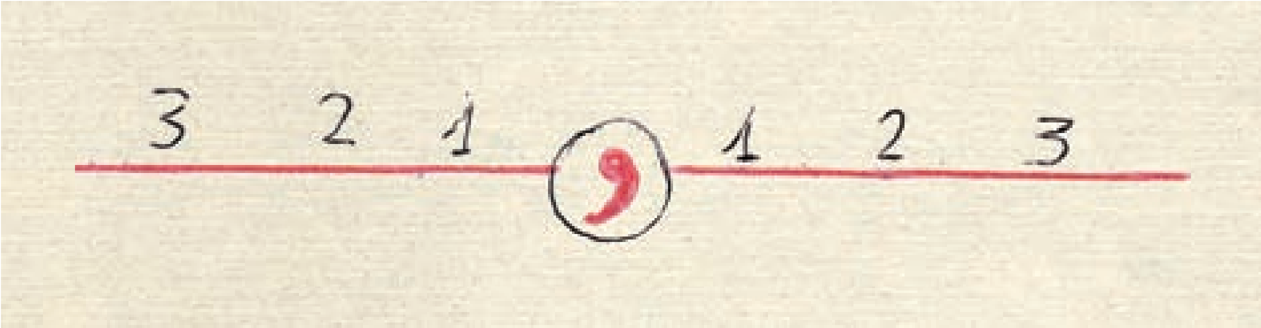
Estuvimos pensando en cuáles eran las reglas para resolver el problema, es decir cómo se organizaban los números. Cada uno daba una explicación diferente. Los asesores nos aclararon que hay varios sistemas numéricos: el decimal, el egipcio, sumerio, romano, chino, maya, inca, indo-arábigo, indígenas propios.

A pesar de la aclaración seguimos pensando que el problema se refería a los números decimales entonces nos preguntamos:

¿Cómo se representa? Representamos los símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y la base del sistema decimal: 10, 100 y 1000. Hasta aquí lo teníamos en claro.

¿Cuáles son sus reglas? Para resolver este punto tuvimos que tener en cuenta las partes enteras y los decimales que van separados por una coma. En el desarrollo de las diferentes operaciones se debe tener en cuenta la ubicación de la coma.

¿Cuáles son sus características? En su lectura, son operaciones como cualquiera, la diferencia está en que llevan coma y así lo utilizamos. El orden de los números enteros y decimales debe tener en cuenta la izquierda y la derecha.



¿Cuáles son sus usos?
En nuestra cultura utilizamos los decimales pero no desde símbolos numéricos sino a través de elementos que nos permiten identificar partes enteras, los elementos que se pueden consumir o utilizar y sus residuos que forman los decimales.

Conocimientos posteriores:
Nosotros, después de la socialización nos dimos cuenta que habíamos desarrollado todo el problema desde un error, porque es diferente decir: Sistema Numérico decimal (10, 100, 1000, 10000) y decir Números Decimales (por ejemplo 1,24 o 2,32).

Cambios conceptuales:
En nuestro grupo aprendimos que para plantear un problema es necesario hacerlo bien y asegurarse que los estudiantes lo entiendan pues nosotros resolvimos el problema que no era. A pesar que escuchamos las aclaraciones seguíamos pensando lo mismo, y sólo al final nos dimos cuenta que no habíamos entendido.

ECONOMIA EN EL TALLER: ALIMENTOS, CANTIDAD Y PRECIO

ESTADISTICA

Planteamiento del problema:
Hallar la cantidad de productos alimenticios que son consumidos en el taller estableciendo consumo diario y el costo por producto.

Conocimientos previos de los estudiantes:
Nosotros conocíamos los productos que se utilizados en el taller, porque nos habíamos alimentado con ellos y por lo tanto podíamos tener una idea del consumo diario. Por ejemplo: Sabíamos que todos los días habíamos fumado y habíamos comido arroz, sabíamos que para cocinar se necesita sal y aceite y que para lavar las ollas se necesitaba jabón y esponjilla metálica.

Desarrollo de la situación problemática:
Observador: Santiago Yukuna

Para el desarrollo de ésta actividad se pudo observar que:
1. Trabajaban en grupo
2. Salían a investigar
3. Pedían ayuda a los asesores
4. Buscaban otras fuentes como recibos y cuentas
5. Dibujaron algunos productos
6. Realizaron tablas para relacionar días, productos y cantidades
7. Por último hicieron una gráfica de barras donde se mostraban cantidades y costos por producto.

En el momento de desarrollar esta actividad, observé que en el grupo hubo bastante interés, participación y respeto. Los alumnos al momento de concentrarse en el trabajo leyeron en voz alta el problema. Decidieron evacuar en grupo el primer punto, el alumno Wilson dijo: Para iniciar el trabajo hagamos un listado de todos los productos que hemos consumido hasta este momento.

Los demás aceptaron la propuesta y se comenzó a sacar listados. Cada integrante aportó los productos que se acordaba haber comido o haber visto usar.

- Arroz
- Azúcar
- Trisalsina
- Salchichas
- Leches
- Aceite
- Galletas
- Sardinas
- Jamoneta
- Frutiño
- Pollo
- Frijol
- Atún
- Pan
- Carnes
- Café
- Avena,
- Almidón
- Cigarrillo
- Sal
- Fariña

El alumno Robinson recordó que faltaba "tã'ãpiká" que en castellano significa mambe. Al momento de ese aporte los alumnos pensaron y al final decidieron tenerlo en cuenta porque el mambe también hace parte de los consumos diarios.

Yo observé que hicieron este ejercicio muy rápido porque todos ya conocían cuales eran los productos que se habían consumido en esos primeros 7 días, y por eso se les facilitó bastante.

Dificultades: Para cuando habían terminado el primer punto estaban perdiendo el interés, muchos integrantes se fueron y yo tuve que integrarme al grupo para seguir desarrollando el siguiente punto.

Ahí si se complicó. Con mis dos compañeros no teníamos ni idea de cómo establecer el consumo diario, ni mucho menos el costo de cada producto. En esta parte tanto mis compañeros como yo nos sentimos muy preocupados.

Pero Sergio dijo:
Esperen aquí un momento compañeros, voy a donde el ecónomo a conseguir sus apuntes del consumo diario. Y salió a conseguirlos. A los 10 minutos regresó Sergio para decir que no encontró al ecónomo por ningún lado pero si a la mujer y ella le perstó el cuaderno de apuntes de consumo diario. Con eso trabajamos.

Después de escuchar varias ideas para proseguir el trabajo Wilber propuso una idea: Compañeros debemos hacer un cuadro que muestre los productos y la cantidad de consumo tal como aparece en el cuaderno del ecónomo.

Al realizar el cuadro nos dimos cuenta que con algunos productos no se pudo obtener la cantidad exacta. Por ejemplo de almidón, para ese caso decidimos hacer un cálculo aproximado. Enseguida decidimos anotar en el cuadro los precios y el valor total.

En ese punto también se nos presentó otra dificultad, mis compañeros y yo acordamos investigar por fuera del salón, pero como el ecónomo no había llegado entonces recurrimos a los asesores que nos dijeron que habláramos con el ecónomo, pero no lo encontramos. Sin respuestas yo les propuse a mis compañeros: Los compañeros que conocen algunos precios nos pueden ir diciendo su valor aproximado. El grupo aceptó, viendo que era la única opción.

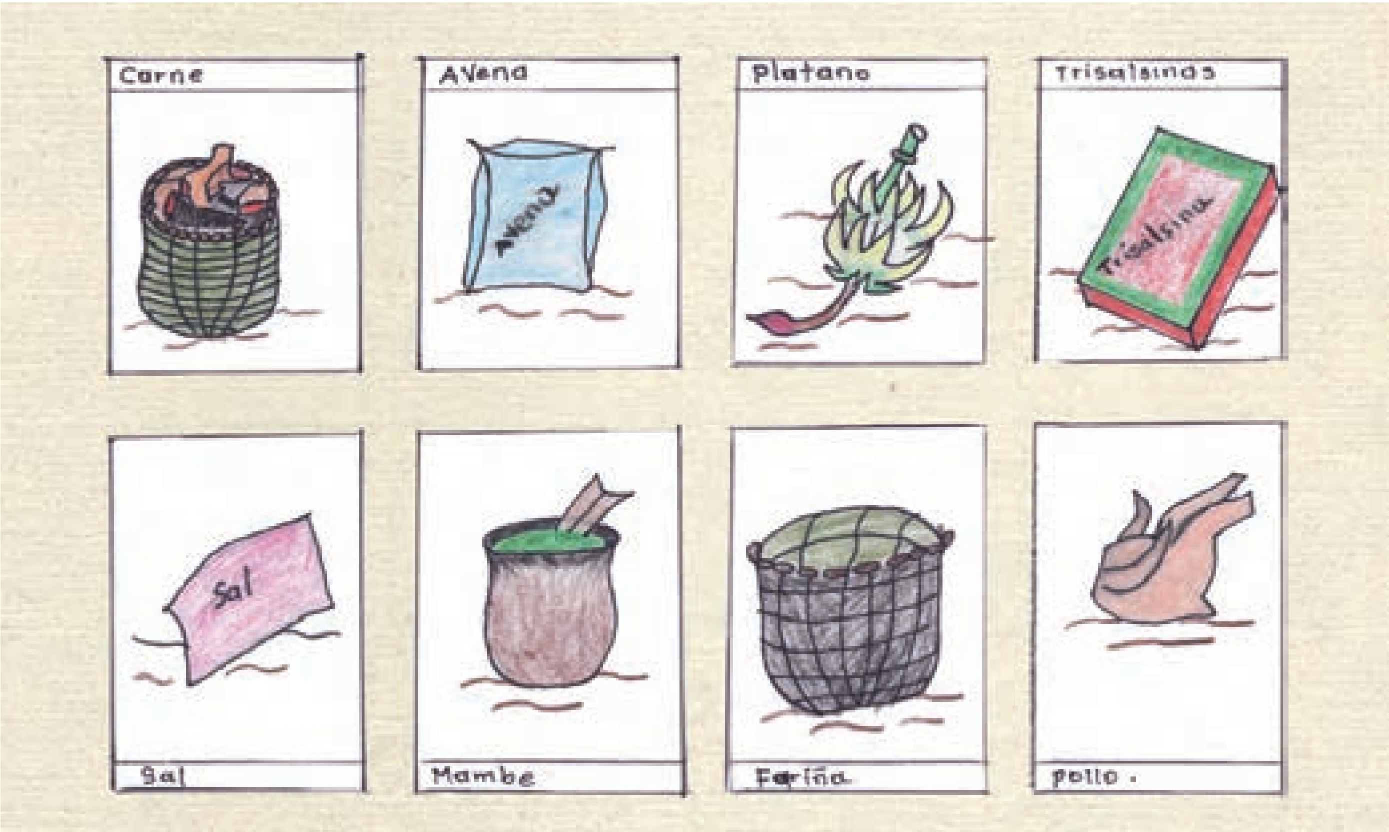
PRODUCTO	CANTIDAD	PRECIO APROX/ UNIDAD	VALOR TOTAL
Azúcar	18 kilos	2000	36000
Arroz	23 kilos	3000	69000
Leche	9 bolsas	8000	72000
Chocolisto	5 tarros	7000	35000
Frijol	3 kilos	8000	24000
Café	1 kilo	8000	8000
Sal	1 kilo	1500	1500
Jamoneta	1 tarro	4000	4000
Trisalsinas	3 paquetes	1000	3000
Galletas	17 paquetes	4000	51000
Frutiño	20 sobres	600	12000
Aceite	3 tarros	3000	9000
Avena	6 bolsas	2000	12000
Pollo	30 kilos	6000	18000
Salchichas	3 tarros	4000	12000
Pan	15 unidades	1000	15000
Carnes	50 kilos	4000	200000
Pescado	5 kilos	4000	20000
Fariña	7 kilos	2000	14000
Almidón	40 kilos	2000	80000
Sardinas	5 tarros	5000	25000
Mambe	24 tarros	12000	288000
Total			1170500

Conocimientos posteriores:

1. Los alumnos averiguaron la cantidad, precio, porcentajes de consumo diario de alimentos.
2. Ellos vieron la necesidad de buscar las fuentes y los soportes para completar sus conocimientos previos.
3. Los estudiantes conocieron una respuesta aproximada para el problema planteado inicialmente.

Cambios conceptuales:

El proceso, los resultados y las enseñanzas de este ejercicio nos llevaron a trasladar este proceso a nuestras prácticas de aula, concluyendo que aprendimos que para solucionar un problema de estadística se debe tener cuidado de hacerlo con exactitud y no inventar los datos para que salga. La consulta a aquellos que saben es importante porque aporta conocimientos previos que sirven para plantear el problema. Se ve necesario dar tiempo suficiente al estudiante para que por sí mismo busque maneras diferentes de resolver un problema, para que pueda fortalecer sus conocimientos previos y resuelva sus dificultades en el aprendizaje.



1. EL CAZADOR, EN LA SABANA

LÓGICA

Planteamiento del problema:

Un cazador sale a cazar a eso de las 8:00 de la mañana. Va hacia una pequeña sabana que está en el medio del monte. Ese lugar de cacería se encuentra a tres horas de la comunidad. Él necesita estar de regreso en su comunidad a las 6:00 de la tarde para participar en una reunión muy importante. Qué debe hacer el cazador para iniciar su regreso para poder llegar a tiempo a la reunión; sabiendo que no tiene reloj, linterna ni instrumentos para orientarse? Se sabe que el día es muy soleado y que él tiene un esfero, un cuaderno y que puede usar su cuerpo de muchas maneras.

Conocimientos Previos:

Se presentó la siguiente discusión en el grupo, una vez leído el problema.

¿Cómo comenzamos el trabajo?
¿Qué es lo que nos piden?
¿Para qué lapicero y cuaderno en una cacería?
¿Quién habrá planteado este problema?

- Ese planteamiento no tiene condiciones y es algo ilógico!! (Wilson Matapi).
- El problema es muy amplio y tiene varias soluciones posibles, vamos a escoger una. (Evelio Yukuna).
- De pronto, lo que pasa es que el cazador es un no-indígena, quien sabe. Otra posibilidad es que la noche anterior el hijo del cazador haya guardado su cuaderno en la mochila de papá. (Enith Yukuna).
- El problema en sí no tiene dificultad. Para el cazador el regreso no es un problema, él tiene tiempo y además no está perdido, como para que se preocupe en orientarse, sólo tiene que calcular el tiempo. (Aristides Letuama).

Desarrollo de situación problemática:

- Para solucionar el problema nosotros debemos establecer las condiciones. (Evelio Yukuna).

- Si claro, porque en realidad las condiciones del problema deben ser otras, ya que no existe un problema real para el regreso del cazador, y ni el cuaderno ni el lápiz ayudan en nada (Aristides Letuama).

- Bueno, entonces analicemos y representemos gráficamente el problema con todos los datos (Wilson Matapi).

- El problema es muy complejo y ustedes realmente deben establecer las condiciones para solucionarlo, pero para esto son muy importante estas conversaciones entre ustedes. (Hugo Sastoque asesor).

- ¿Qué tal si el cazador quiere cazar una danta? (Aristides Letuama).

- Para cazar una danta se debe salir siempre bien de mañana, porque si uno encuentra el rastro temprano entonces hay posibilidad de encontrarla, puesto que a esa hora ella duerme. Ya a mitad de la media mañana ella empieza a levantarse. (…) Otra cosa importante que yo puedo decir es que cuando se caza no se dice: ¡Yo maté! Sino ¡yo compre una danta! porque si no el dueño del animal se enoja y puede provocar una enfermedad. Claro que también se puede conseguir la presa por el camino, de sorpresa siguiendo el rastro con los perros... pero esto no es siempre... un cazador nunca sale sin pensar en el camino que va a tomar. La noche anterior piensa y por medio del pensamiento averigua en que parte se puede encontrar alguna presa. Se "negocia" con su "dueño" por medio de oraciones, es decir que un cazador no sale por un camino al azar. (Evelio Yukuna).

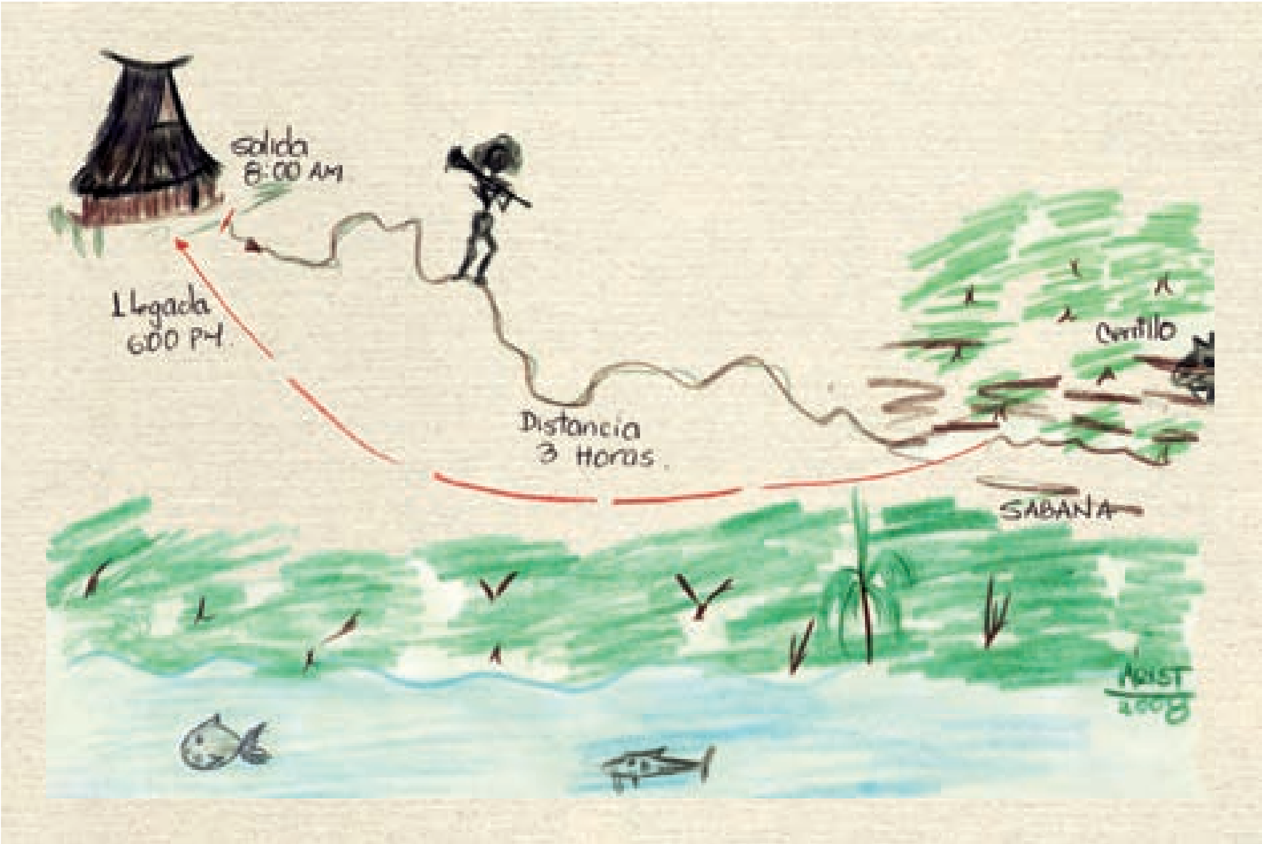
- Sí! Y además un cazador puede recorrer todo el día un camino, llegar a una sabana y no conseguir nada, puesto que en una sabana hay muy poca posibilidad de encontrar cacería, más fácil en un cananguchal o un salado, que sé yo, otro lugar... (Aristides Letuama).

- La verdad hoy he entendido y aprendido mucho con lo que cuenta Evelio, yo no sabía lo de la danta. Ahora cuando llegue de pronto se me ocurre andar por el monte. (Wilson Matapi).

Finalmente, con los integrantes del grupo decidimos dar una solución al problema de la siguiente manera:

Para llegar a una respuesta decidimos ser prácticos y no problematizar más. Lo primero que decidimos es que una persona va a cazar independientemente de ser blanco o de ser indígena a la sabana (aunque también podría ir a un salado, o a un pepiadero) puede ir solo o acompañado y guiado por los perros. Llega a la sabana y sin ningún problema encuentra su cacería (grande-mediana-pequeña) en este caso un cerrillo. Como si lo estuviera ahí esperando para que lo cazara. El cerrillo es una presa mediana. Luego el cazador regresa por donde vino. No consideramos que el cazador (o por lo menos el cazador indígena) tenga dificultades para orientarse en el camino de regreso y cumplir con la hora de llegada a su comunidad.

Sale a las 8:00 de la mañana, está llegando a la sabana aproximadamente a las 11:00 de la mañana. Se demora una hora y empieza su regreso a medio día para estar en la comunidad cerca de la 4:00 de la tarde. Así puede participar sin ningún problema en la reunión que se considera muy importante. El cazador no utiliza el cuaderno ni el lapicero para nada ya que no los necesita para orientarse. Le basta su vista para localizar al sol y hacer un cálculo aproximado del tiempo para regresar. El tiempo de regreso varía dependiendo de las posibilidades de cacería, ya que el peso del animal disminuye el rendimiento de la caminata, también el hambre y el cansancio hacen lo propio.



Conocimientos Posteriores:

1. Lo que es lógico para el no-indígena es ilógico para el indígena usar un cuaderno y un lapicero en una salida de cacería.
2. El cazador no está perdido. Para ocuparse en orientarse se necesita que alguien se pierda.
3. Un cazador sólo necesita la vista para referenciar el sol.
4. Hay dos conceptos de compra: una para el hombre blanco que es con dinero, mientras que para el hombre indígena es por medio de intercambios a través del pensamiento.
5. En una salida de cacería puede que se consiga o puede que no.

Cambios Conceptuales:

Después de analizar el anterior problema, ya no como alumnos sino como profesores, nos dimos cuenta que para plantear un problema semejante se deben establecer las condiciones para que no sea tan extenso y pueda ser resuelto durante el tiempo destinado en el aula escolar. Cuando ya se tenga establecido el problema y el tiempo para su elaboración, se debe pensar en el contexto y los elementos que los niños conozcan de su entorno.

2. CRUZANDO EL RÍO CON CAIMANES

Planteamiento del problema:
Cuatro adultos van de cacería al salado, tienen que cruzar un río que está lleno de caimanes. Para pasarlo solo disponen de una canoa que se encuentra en la otra orilla donde hay dos niños, pero en la canoa sólo caben los dos niños o un cazador con su equipaje. ¿Cómo logran los cazadores cruzar a la otra orilla?

Situación problemática inicial:
Los compañeros algo cansados y poco animados le dicen a la compañera Enith que el segundo problema le toca solucionarlo a ella porque fue quien lo planteó. Ella lo lee y dice que le hacen falta algunos datos, entonces entre todos comenzamos a realizar gráficas para intentar solucionarlo.

Conocimientos Previos:
Para la solución del segundo problema no se realizaron muchos diálogos ni exploraciones como en el primer problema. Nos fuimos directamente a buscar la solución por medio de gráficas.

Desarrollo de la Situación Problemática:

Ningunas de las propuestas anteriores dio solución al problema. Evelio toma la iniciativa para desarrollar el problema de manera práctica, de la siguiente manera: sobre un papel dibuja el río, toma 4 lápices de color que representan a los cazadores, uno pedazos de papel representa la carga, un borrador y una mechera representan a los niños, un plegado de papel que representa la canoa, una cajetilla de cigarrillos abierta representa a los caimanes mostrando los dientes y lo narra así:

Primer viaje: se embarca un niño sólo y cruza al lado en que están los cazadores.

Segundo viaje: toma la canoa un cazador y cruza con su con su equipaje.

Tercer Viaje: Cruza el segundo niño llevando la canoa donde están los tres cazadores y el niño,

Cuarto Viaje: se embarcan los niños y cruzan de nuevo donde estaban antes de iniciar el viaje.

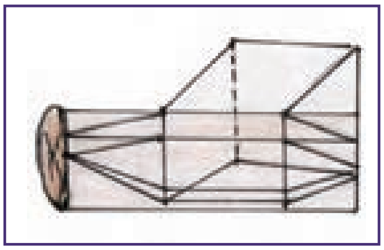
Nuevamente se repite lo anterior, como si fuera el primer viaje, hasta que logran cruzar todos los cazadores, lo consiguen en un total de 16 travesías.

Inicialmente Evelio había dicho que había 22 viajes.

El grupo dice que eso es mucho y un integrante toma la iniciativa de repetir la operación de Evelio.

La realiza dos veces y así comprueba que son 16 viajes.

El grupo representa el problema mediante el siguiente dibujo, en donde se puede leer que en un total de 16 viajes, la canoa, los cazadores y los niños quedan en la misma orilla.



GEOMETRÍA EN UNA CANOA ESTABLE

GEOMETRÍA

Planteamiento del problema:
¿Qué característica geométrica debe tener una canoa para que sea estable?

Conocimientos previos:
Cuando se le planteó al grupo el problema sus integrantes se quedaron mirándose el uno al otro. Decían:

Aquí si está grave! porque ninguno de nosotros es canoero.

Sin embargo, todos sabían o conocían que es una canoa, todos se habían montado en una canoa, las conocían de diferentes clases, tanto estables como no estables (llamadas "celosa") pero más allá no se sabían mucho. Sin embargo uno de los integrantes tenía un principio de conocimiento del tema.

Desarrollo de la situación problemática:
En esas llega el compañero Evelio Yukuna al grupo y los compañeros aprovechan la oportunidad y le preguntan:

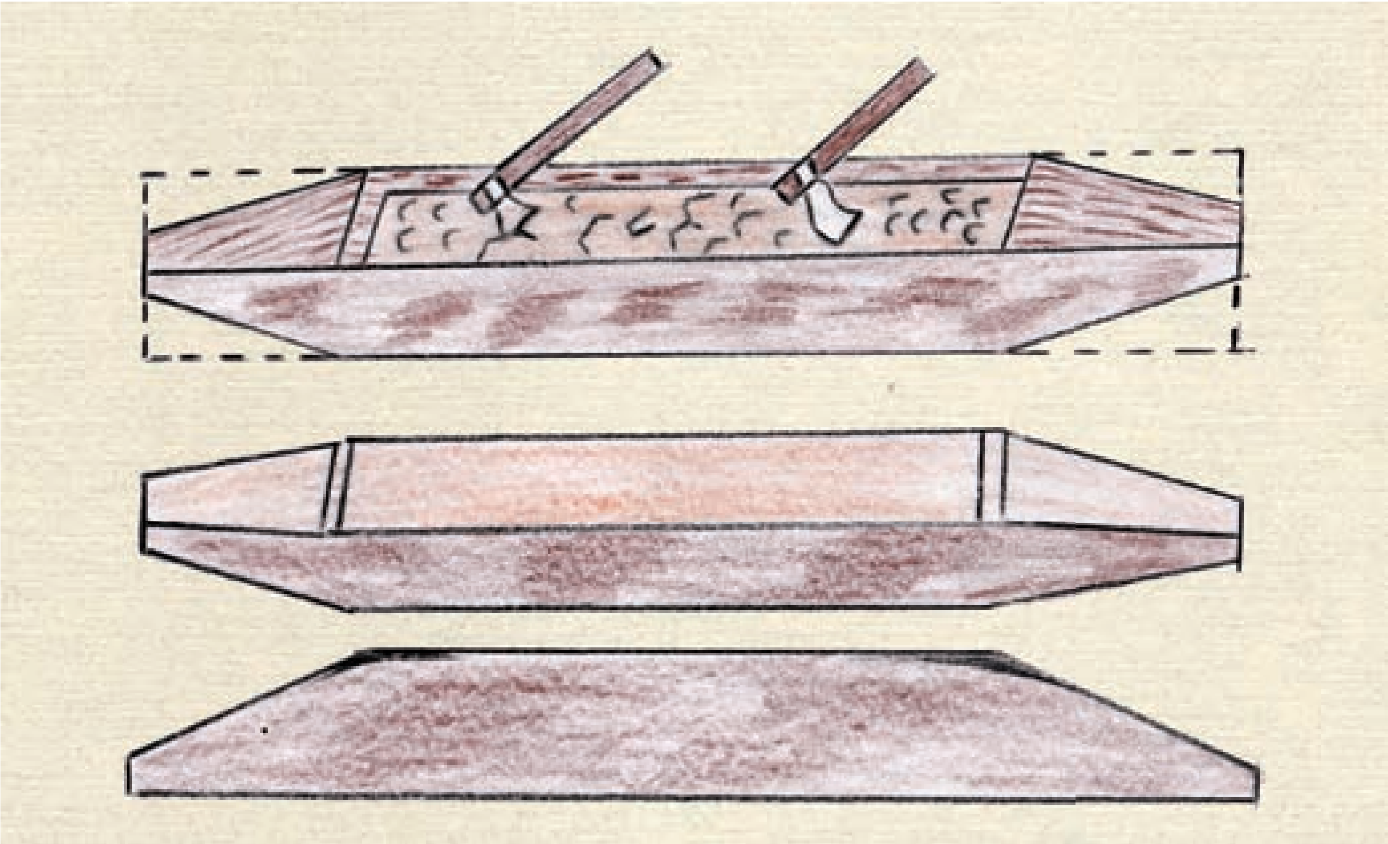
Compañero díganos si Usted sabe hacer canoas, para que nos ayude.

Él respondió:

Claro, eso se hace así…

Empieza a explicar algunos de los pasos para hacer una canoa pero vienen a llamarlo y se va.

Más tarde llegó el compañero Cornelio Matapí que también es canoero. Él sí que aportó ideas sobre el estudio geométrico de una canoa. Los integrantes del grupo le pidieron que les explique detalladamente los procesos de elaboración, con cada una de sus medidas. Empezó a representarlo con dibujos, todos estaban atentos a la explicación.



Algunos de los integrantes no entendían bien el proceso por medio de los dibujos, entonces el compañero Germán Yukuna propuso:

Esperen un momento voy a buscar un tallo de Canangucho para hacer unas prácticas, de pronto así podemos entender mejor los dibujos.

Fue con Cesar a buscar el tallo. Lo trajeron y ahora todos quedaron muy atentos al trabajo práctico. Se suponía que la canoa que estaban elaborando era de 5 metros de largo. Cornelio empezó a explicar y fue tallando el material, luego lo comparó con cada uno de los dibujos que ya había hecho.

Algunos de los integrantes descubren algunas figuras geométricas en los dibujos: un rectángulo y dos triángulos sobre la parte de arriba de la canoa. Pero la estabilidad real de la canoa depende de la parte de abajo que debe tener tres líneas rectas que son la base para que una canoa pueda quedar estable. Mientras se hacen esas líneas, a la vez se van moldeando los lados de la canoa para que queden con forma de un cilindro. Por último, Cornelio explicó que la altura de la canoa tiene que tener las mismas medidas para que no quede recargada o desequilibrada hacia un lado.

Después de haber tallado el material quedó lista una figura de canoa "llena", quedaba por escarbarla y abrirla. Para abrirla se tiene que calentar muy bien o de lo contrario se va a reventar, cuando se va a abrir se hace desde el medio hacia las puntas, cuando va tomando forma alcanzamos a ver que dentro de la canoa se dibuja una especie de curva.

Por último alguien pregunta:

Cómo podemos saber dónde queda la proa y la popa sabiendo que las dos puntas tiene la misma medida.

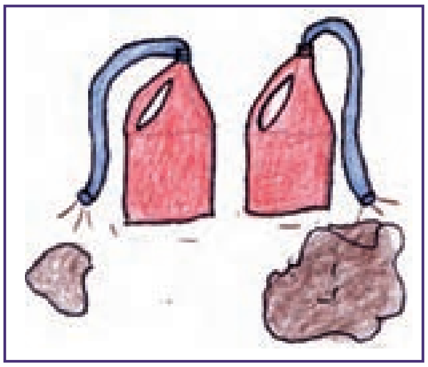
Cornelio aclara:

Por lo general la proa queda hacia la punta de la madera o donde la canoa haya quedado mejor abierta y la popa queda en la otra punta.

Conocimientos posteriores:
Como desde el principio sabemos que hay canoas estables y celosas, ahora ya podemos imaginarnos y ponernos a observar la canoa en la que nos montamos para buscar las razones de su estabilidad o de su inestabilidad. Durante el transcurso todos fuimos aprendiendo y resolviendo el problema mediante la práctica y la observación, luego algunos convencidos de su aprendizaje decían:

Con este ejercicio ya podemos hacer una canoa con sus medidas adecuadas.

Cambios conceptuales:
Gracias a este trabajo el grupo aprendió que cuando vayamos a plantear a nuestros estudiantes un problema o una actividad, como docentes, debemos tener en claro que el trabajo a desarrollar debe ser un tema sobre el que el niño ya tenga alguna noción. Si no conoce nada al respecto pues que al menos tenga la facilidad de investigar con personas o familiares de la comunidad que tengan conocimiento y él pueda aprender con ellos.



CÁLCULOS ENTRE: AGUA, MANGUERAS Y GALONES

SISTEMAS DE MEDIDAS

Planteamiento del problema:

Un recipiente de 1 galón de capacidad está conectado con una manguera por donde sale agua. Se demora 10 minutos en desocuparse. Otro galón está conectado con una manguera un poco más gruesa que se demora en desocuparse 5 minutos. ¿Cuánto tiempo se demora el galón en desocuparse si se le conectan las dos mangueras?

Conocimientos previos de los estudiantes:

- Identificamos los elementos del problema, los pudimos visualizar y dibujar
- No sabíamos las fórmulas matemáticas para resolverlo
- Pensábamos que todo problema matemático tenía una respuesta única y exacta.

Desarrollo de la situación problemática:

Para el grupo no quedó muy en claro cómo era el desarrollo de la situación problemática, pero de todos modos comenzamos a desarrollarlo. Pensamos que el trabajo consistía en distinguir los distintos momentos por los que pasamos durante el desarrollo de una clase y las dificultades que encontramos en el aula pero que no se trataba de entrar a resolver el problema matemático.

Después llegó el asesor y nos preguntó cómo íbamos con el problema matemático, nosotros asombrados nos dimos cuenta que nos habíamos olvidado de resolverlo y le pedimos el favor para que nos lo explicara de nuevo. Explicó y dijo que necesitábamos desarrollar el problema matemático y observar ese proceso según los parámetros que nos dieron para los momentos de desarrollo una clase. Entonces nos pusimos a resolver el problema sin darnos cuenta que para ese momento sólo estábamos pensando en matemáticas, nos habíamos olvidando de las etapas para desarrollar una clase.

Un poco desanimado por la confusión el grupo comenzó a analizar el problema. El proceso fue el siguiente: muy concentrados todos tratamos de desarrollarlo desde nuestro punto de vista. Alex Yukuna, dijo: Según el planteamiento del problema, como el agua que está en el galón disminuye entonces la operación matemática debe ser una resta.

Para mostrarlo escribió un ejemplo en el tablero: 10 min - 5min = 5 minutos. Si conectamos las dos mangueras a un galón se desocupa en 10min - 5min = 5 minutos.

Aunque algunos estaban pensando en la propuesta del compañero, otros no muy convencidos, buscaban otra manera de resolverlo. Para unos la respuesta era menor a 10 minutos, otros pensaban que debía ser más rápido, menor a 5 minutos, pero todos estos comentarios eran aproximaciones, ninguno podía dar una respuesta exacta. Por esa razón decidimos experimentar con dos galones y dos mangueras reales, para averiguar si el primer resultado planteado estaba bien. Solicitamos al asesor los materiales necesarios. Mientras fueron a buscar los materiales, Iván Letuama encontró otro resultado: dijo el resultado son 2 minutos y lo explicó así:

Sabemos que por una manguera se demora en desocuparse 10 minutos y con la más gruesa 5 minutos, entonces se puede dividir 10 entre 5 y el resultado es 2 minutos.

En eso llegaron los materiales y sólo nos faltaba realizar el experimento y ver si los resultados coincidían o no. Lo que obtuvimos fue lo siguiente: con la manguera gruesa obtuvimos 1.51 min, y con la manguera mediana obtuvimos 2.22 minutos. Ahora íbamos a sumar los dos resultados, lo que dio 3.73 minutos. Para comprobar conectamos las 2 mangueras a un galón y obtuvimos el siguiente resultado 1.40 minutos. El grupo no quedó satisfecho porque los resultados no coincidían. Alex un poco molesto dijo:

Vamos a resolver el problema o resolvemos el experimento?

Todos estábamos confundidos, ahora íbamos a trabajar con tres mangueras según la idea de un compañero del grupo. Obtuvimos los siguientes datos:

Manguera 1 = 1.28 minutos
Manguera 2 = 2.30 minutos
Manguera 3 = 8.13 minutos

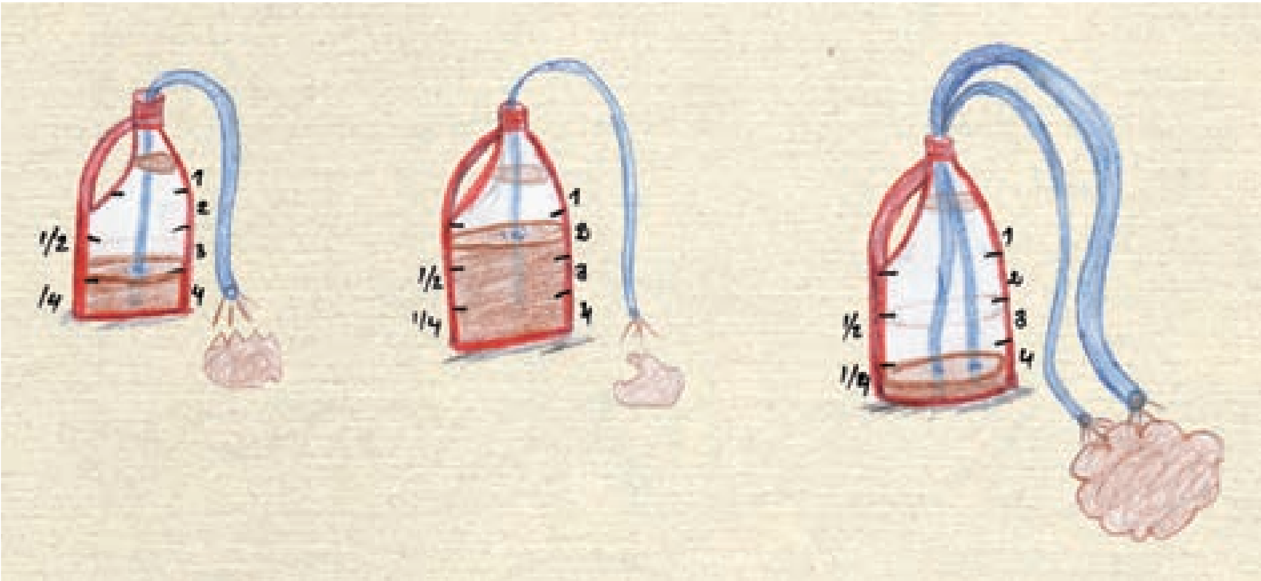
El tiempo que se demora el galón de agua en desocuparse utilizando las tres mangueras simultáneamente es de 0.47 segundos.

Estando en esta situación llegó el asesor a orientarnos, él sugirió hacer un cuadro donde pudiéramos relacionar el tiempo y el volumen en los dos galones.

MANGUERA 1		MANGUERA 2	
Tiempo	Volumen	Tiempo	Volumen
10	0	2000	36000
5	1/2	5	0
2.5	1/4	2.5	1/2
1.25	1/8	1.25	1/4
0.625	1/6	0.625	1/8

La suma de los tiempos y del volumen de las dos mangueras que se aproximan al tiempo que se demora en desocupar el galón de agua cuando se colocan simultáneamente las dos mangueras. Aparece en el siguiente cuadro.

TIEMPO	VOLUMEN
5 + 2.5 = 7.5	1/2 + 1/2 = 1
2.5 + 1.25 = 3.75	1/4 + 1/4 = 0.25
1.25 + 0.625 = 1.875	1/8 + 1/8 = 0.125



El procedimiento siguió y seguimos con la duda, no entendimos porque los resultados son diferentes, tal vez nos confundimos.

Se acercó nuevamente el asesor, esta vez nos puso a ver la velocidad con la que corre el agua por cada una de las mangueras. Nos explicó la formula y cómo desarrollarla. Concentrados seguimos el procedimiento dado por el asesor pero de nada nos sirvió porque no lo entendimos bien. Lo que hicimos después fue lo siguiente:

V1 = V/T1
V1 = V/10
V1 = 1/10

V2 = V/T2
V2 = V/5
V2 = 1/5

V3 = V/T3
V3 = 1/T3
V1 + V2 = V/T3
V/10 + V/5 = V/T3
1/10 + 1/5 = 1/T3
1 + 2/10 = 1/T3
3/10 = 1/T3
T3 = 10/3
T3 = 3.33

Con esta fórmula tampoco encontramos una respuesta exacta, tal vez el problema no era de resultado exacto sino de aproximación, o en el peor de los casos fue planteado para corchar a Desiderio y a Edgar.

Conocimientos posteriores del estudiante:

Llegamos a reconocer y recordar las fórmulas matemáticas de velocidad sobre tiempo y de tiempo y volumen. También descubrimos que hay problemas que no tienen respuesta.

Cambios conceptuales:

Si bien no resolvimos el problema, aprendimos que como docentes no podemos poner un ejercicio en el aula sin haberlo ensayado antes. Para la experimentación es necesario usar objetos que se acomoden al problema matemático de la manera más ajustada posible, para que coincidan lo que dice el problema planteado con los objetos y la situación real. Uno se confunde y no queda claro que procedimiento usar cuando en la práctica no se puede solucionar el problema.

CONCLUSIONES POR CADA GRUPO DE ACUERDO AL EJE TEMÁTICO

Los ejercicios que hicimos y narramos en este escrito, son fundamentales para los docentes que quieren afinar la capacidad de observación y comprensión del proceso de aprendizaje de los alumnos. Estos ejercicios nos llevaron por un camino en el que fuimos precisando nuestro trabajo como maestros, viendo nuestra actividad como ejemplos de los diferentes modelos de aprendizaje y de los modelos pedagógicos, esa es la manera de volvernos más conscientes de nuestro trabajo escolar. De los modelos pedagógicos que aplicamos pasamos a estudiar cómo observar a nuestros alumnos en las actividades que realizan dentro de proyectos pedagógicos (en este caso de matemáticas). Planteando la relación dinámica entre el saber previo y el desarrollo de nuevo conocimiento, también la relación de exploración conjunta del profesor y los alumnos, investigamos y aprendemos todos. De esta manera es el diálogo el medio fundamental para descubrir y recorrer los caminos del conocimiento.

Por medio de los ejercicios comprendimos la importancia de plantear problemas claros y con un grado de dificultad apropiado a la edad de los niños. Nos dimos cuenta de la necesidad de probar, antes de dar la clase, el problema que queremos proponer. De esa manera podremos guiar apropiadamente a nuestros alumnos durante el proceso de exploración y aprendizaje. Por otro lado, pasando del taller a la realidad escolar de cada uno, podemos decir que no es igual resolver problemas matemáticos entre un grupo de docentes, a hacer esos trabajos con un grupo de estudiantes. Para el trabajo con los niños hay que proponerles a ellos problemas más sencillos y con instrucciones más precisas.

Desde nuestra participación en este taller se hace más definida la responsabilidad que tenemos como maestros: mejorar y aplicar las estrategias de observación e interacción con los alumnos en el trabajo práctico de las escuelas.

A continuación exponemos los problemas que cada grupo planteó al finalizar la sistematización del material. Algunos de los problemas, además de ser planteados fueron llevados al aula y tuvimos la oportunidad hacer un seguimiento y registro de su desarrollo. Los otros serán aplicados en una próxima oportunidad en la que esperamos intercambiar las experiencias de lo ocurrido en las aulas.

Grupo de Sistematizadores, S.A.

SISTEMAS NUMÉRICOS

Pascual Matapí
Profesor de la escuela Yurerita, Quebrada Negra

Problemática inicial:

Reconocer la similitud entre el sistema de numeración propio y el occidental, logrando abstraer el concepto de cantidad a partir de representaciones cotidianas como las manos o los objetos culturales. Poder agrupar diferentes ramas con hojas en un grupo, las ramas que tienen cuatro hojas, las que tienen dos, las que tienen tres, entendiendo numéricamente la cantidad de hojas que puede tener una rama. Hacer ejercicios de suma con las anteriores representaciones de cantidad, sumando de un lado con las representaciones culturales y sumando por el otro las representaciones de las hojas en una rama.

Conocimientos previos:

Los alumnos conocen cómo funciona la numeración oral propia, entienden que se apoya en el conteo con las manos, con los dedos de los pies y en el conteo de personas.

Los alumnos conocen el sol, el manguaré, los soportes de la olla, los cuatro estantillos de la maloca y la mano pero aún no los han relacionado con la numeración matemática o con cualquier representación numérica.

Los alumnos conocen las plantas de los alrededores, pero todavía no se han puesto a contar cuántas hojas carga cada rama.

3 = Soportes de la olla

Desarrollo de la actividad:

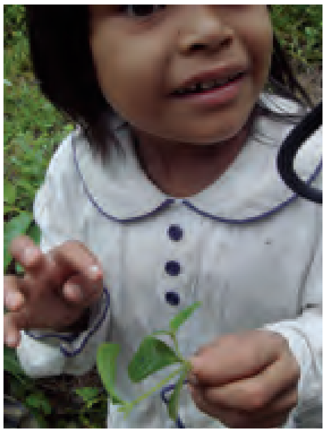
1. Usando las manos y los pies de los estudiantes, mostrarán cómo funciona la numeración oral en lengua indígena: contando del 1 al 20 y así sucesivamente de 20 en 20 de acuerdo al número de personas presentes que muestren sus pies y manos.



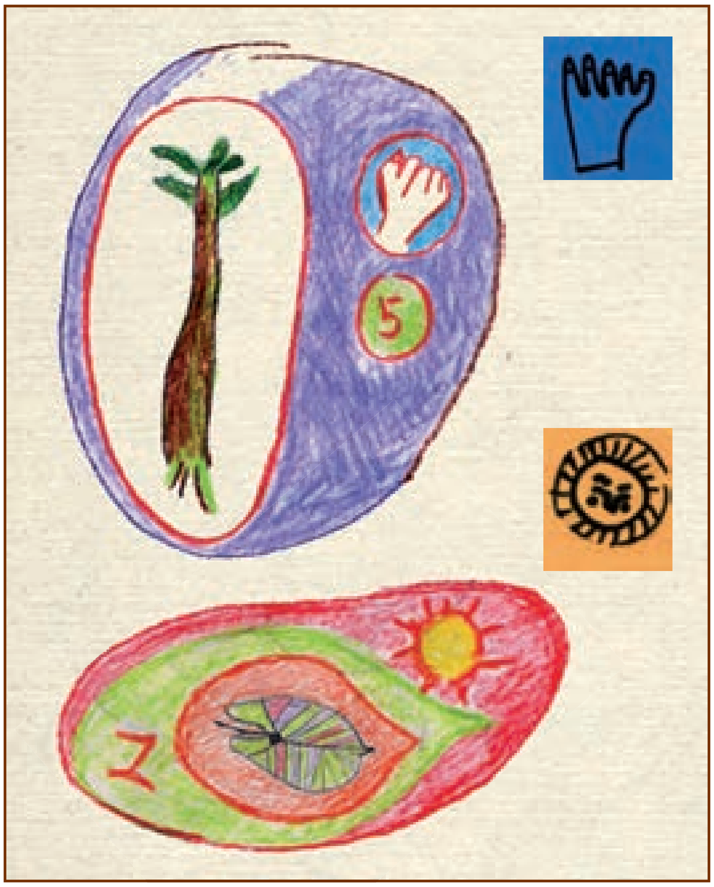
2. Mostrar una manera alternativa y nueva de representar los números a través de símbolos o convenciones culturales. Por medio de esas figuras se presentan los números del 1 al 5, dibujándolos de manera esquemática en hojas de colores diferentes para cada uno (número y representación: 1 = sol, 2 = tambores del manguaré, 3 = soportes de la olla, 4 = los cuatro estantillos, 5= una mano).

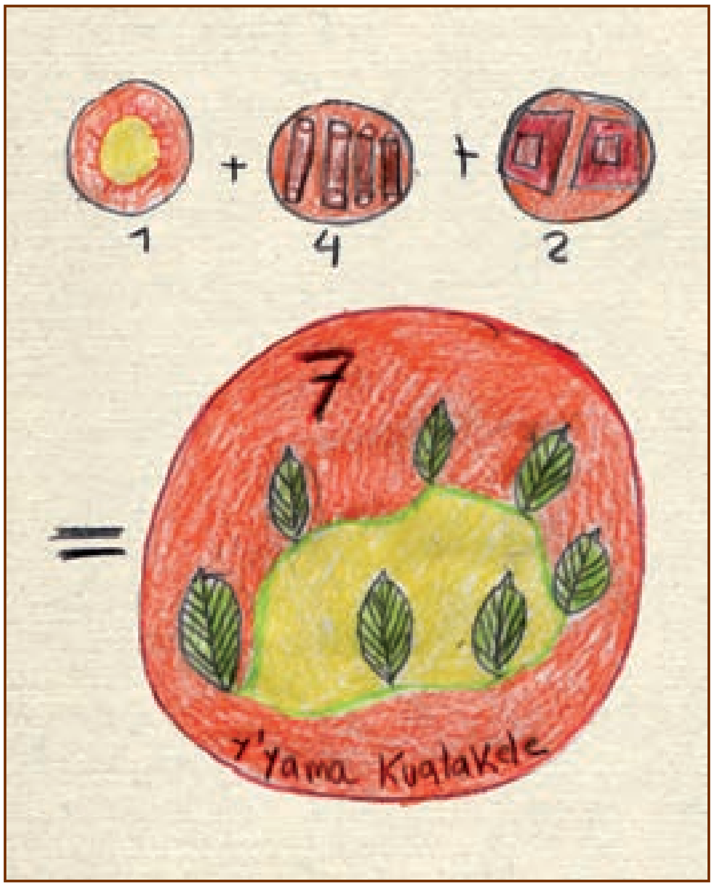


3. Recolectar ramas de una planta en la que se puedan contar diferentes cantidades de hojas por rama, agruparlas por cantidades iguales de hojas. Para cada grupo, anotar el número y su escritura en la numeración propia. Después de organizar los grupos de ramas en el piso del salón, cada niño los dibuja en una hoja de papel.




4. Relacionar y encontrar la conexión entre las hojas dibujadas y los símbolos de los números del uno al cinco. Después de entender esto, comenzar a sumar los símbolos, (sol + Los cuatro estantillos + Manguaré = 7) y complementar el ejercicio dibujando el resultado en hojas de una rama, como una rama con siete hojas.





Conocimientos posteriores:
Pasar a ver en los objetos culturales, más que un objeto un símbolo de cantidad.

Analizar con más detenimiento las ramas de las plantas, dándose cuenta que unas tienen más hojas que otras, y que al contar hojas también se entiende lo que significa la cantidad numérica.

Poder sumar o hacer operaciones matemáticas con representaciones que "pierden" su identidad inmediata y se vuelven "pura cantidad" Entender que un manguaré (que está formado por dos tambores, siempre dos) puede representar al número (2) que es sólo cantidad.

SISTEMAS DE MEDIDAS

Ivan Letuama
Profesor de la escuela Awaurita - Oiyaca

Problemática inicial:
Se desea llenar una olla grande con agua, para llenarla se debe traer el agua del puerto con un balde. Las preguntas serían: ¿Con cuántos baldes se llena la olla? ¿cuántos viajes se hacen desde el puerto hasta la olla?

Investigación docente:
Antes de plantear el problema a los niños, el docente debe hacer el procedimiento del ejercicio con anterioridad para que tenga de antemano una respuesta al ejercicio y poder guiar a los alumnos hacia una respuesta.

Conocimientos previos:
¿Qué sabe el niño del problema? El niño debe conocer como mínimo los materiales que se utilizan en el ejercicio, y poder imaginar el trabajo de llenar una olla grande con un balde mucho más pequeño.

Planteamiento del problema como ejercicio:
Lo primero que haría como docente antes de plantear el problema, sería hacerle ciertas preguntas o despertar unas inquietudes que orienten al niño a entender y resolver el problema, logrando que el niño solo llegue a una posible solución.

Las preguntas serían por ejemplo:
¿A quién le gusta cargar agua para llevar a la casa?
¿Cuántas veces te bañas en el día?
¿Con cuántos viajes has llenado una bandeja grande de la casa?
Después de esta pregunta se les plantea el problema y se deja que ellos lleguen a una posible solución. Para plantear la pregunta es necesario hacer una gráfica o esquema para que los niños se imaginen el problema y entiendan lo que se busca.

Con el problema entendido, se pasa a la experimentación:

El experimento requiere de:
1 balde
1 olla grande
El puerto y un sitio de llegada

El procedimiento:
Los niños tendrán la posibilidad de escoger el puerto que más les guste para comenzar el experimento. Después de haber hecho el ejercicio los niños tendrán que ver y comparar los resultados obtenidos en el experimento con las expectativas de resultados propuestos inicialmente.

Cambio conceptual:
Luego que los niños hayan realizado el ejercicio planteado, el objetivo sería que llegaran a representar con gráficas los resultados obtenidos en el experimento y con esto ver si entendieron y le sacaron provecho a la actividad.

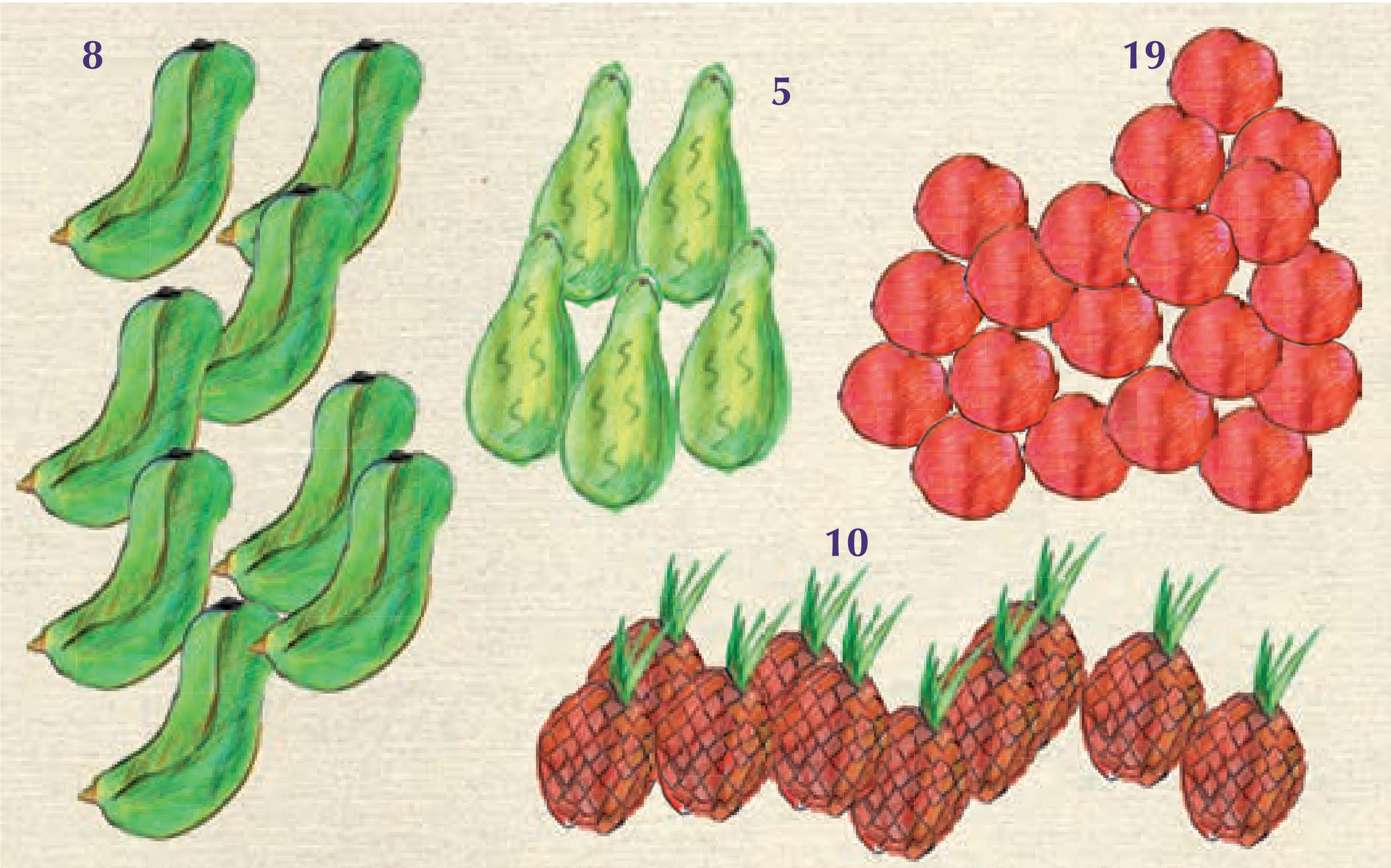
ESTADISTICA

Wilson Tanimuka
Profesor de la escuela Yurerita, Quebrada Negra

Objetivo:
Que los niños se acerquen a las primeras nociones de estadística.

Planteamiento del problema:
¿Cuáles son las frutas que se consumen más en la comunidad y cuál es la época en que estas se consiguen?

Conocimientos previos:
Preguntar a los niños ¿cuáles son las frutas que más se consumen y en qué cantidad? Recoger las respuestas de los niños y organizarlas de acuerdo a la cantidad y al consumo.
Preguntarle a los niños, en cual época del año ellos consumen esas frutas.
Asociar la cantidad de las frutas consumidas, con las épocas de cosecha.



Desarrollo de la actividad:

Que los niños pregunten en sus casas y en la comunidad ¿cuáles y cuántas frutas consumen de acuerdo a la época del año?

Recoger la información que traen los niños de sus consultas y observaciones y anotarlas en tablas estadísticas.

Observar la manera como los niños organizan los datos y averiguar si pueden entender los cuadros.

Cambios conceptuales:

Los niños aprenden a hacer conteos y comparaciones.

Organizan la información de acuerdo a un criterio: clase de fruta, cantidad, época en que se consume.

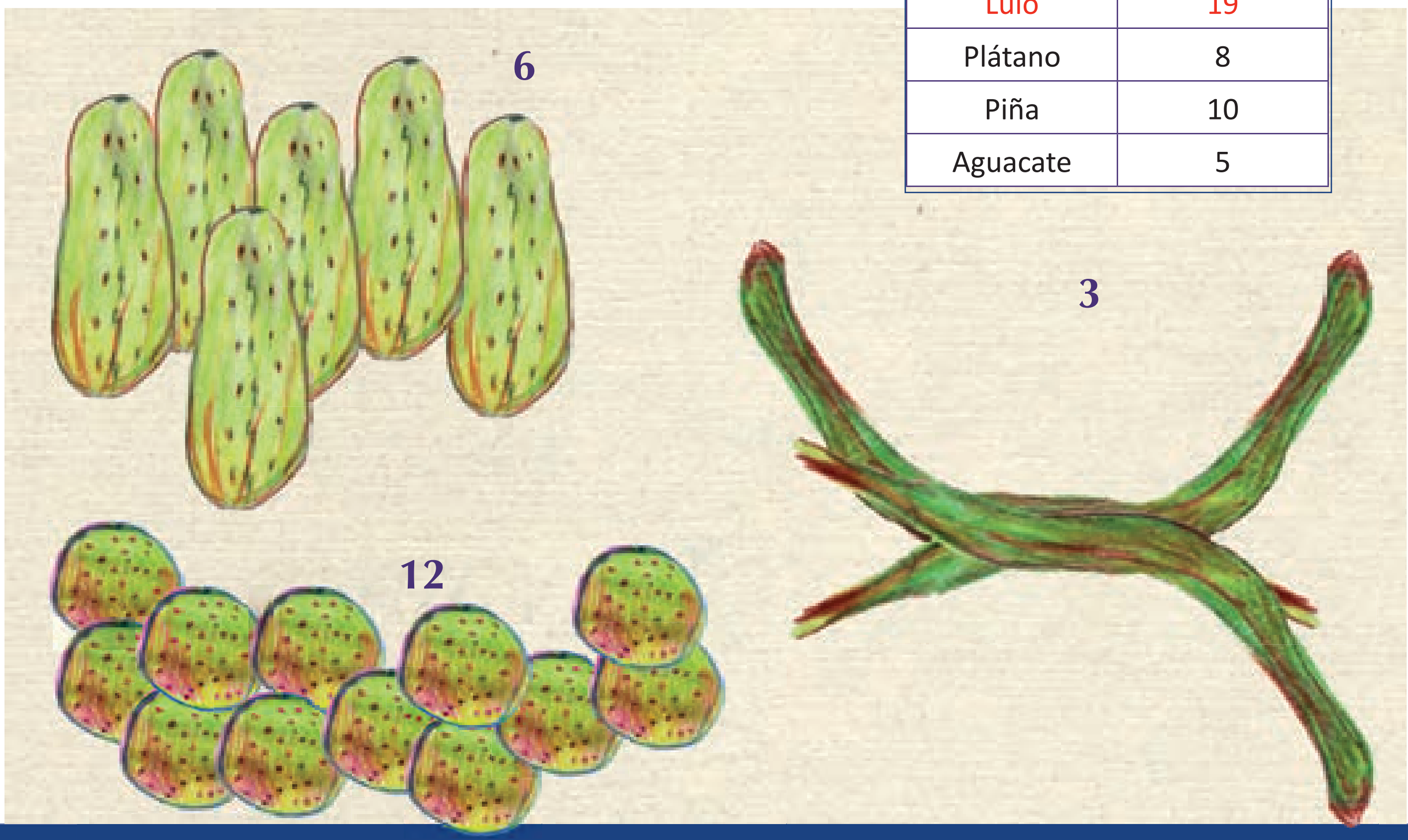
Usan los cuadros estadísticos para comprender procesos naturales y sociales.

Los niños organizan la información en gráficos de barras o en grupos de acuerdo a la cantidad de frutas consumidas para que puedan entender la importancia de la estadística.

Recursos didácticos:

1. Papel periódico
2. Fichas, figuras de frutas
3. Colores y Marcadores

FRUTA	CANTIDAD
Papaya	6
Guama	3
Guayaba	12
Lulo	19
Plátano	8
Piña	10
Aguacate	5



GEOMETRÍA

Germán Yukuna
Profesor de la escuela Imariyá - Puerto Lago

Problemática inicial:
Encontrar las figuras geométricas que hay en una maloca y descubrirlas siguiendo los pasos de una buena observación.

Actividades:
1. Plantear y explicar la investigación geométrica de la maloca y sus figuras.
2. Explicarles la diferencia entre las palabras VER-MIRAR.
3. Explicarles en qué consiste una buena observación.
4. Salir todos juntos del aula y dirigirse a la maloca.
5. Llegar a la maloca y acomodarse en un sólo grupo.
6. Dejar un espacio para que los niños hagan preguntas y responder sus dudas para empezar el trabajo.
7. Los niños comenzarán a observar la maloca por dentro, incluyendo las puertas. Identificar cuáles y cuantas figuras geométricas pueden reconocer en ella.
8. Luego en el salón, los niños ordenarán las figuras geométricas en el siguiente orden: Redondas, cuadradas, triangulares, rectangulares, etc.
9. Dibujarán las figuras geométricas en el cuaderno según el orden propuesto.

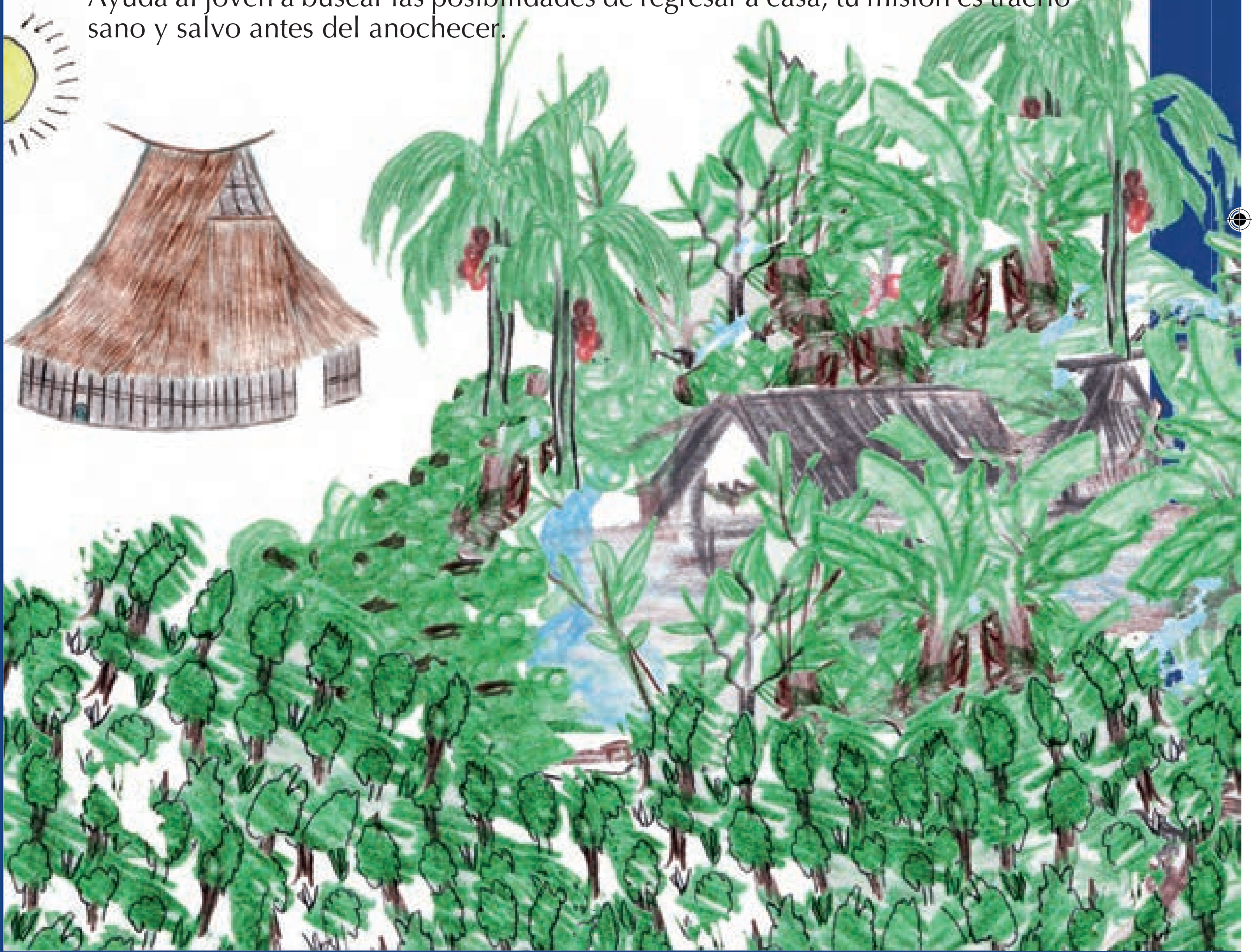
¿Qué finalidad tendría esta actividad?

Mediante este trabajo esperaría que los niños logren aprender a desarrollar su observación partiendo de sus conocimientos previos y de su contexto. Me baso en la maloca como punto de partida para lograr una identificación y luego una abstracción geométrica. Aprendiendo con esta actividad que tipo de figura es un triángulo, cómo es un cuadrado, un círculo, un rectángulo y posteriormente figuras más complejas y volumétricas como una pirámide o un prisma de base cuadrada. Como docente observaré con detenimiento y atención cómo se desarrolla el trabajo.

LÓGICA

Aristides Letuama
Profesor de la escuela Awaurita - Oiyaca

Planteamiento del problema sugerido:
Un joven sale de cacería con sus perros. Después de andar 2 horas por el camino encuentra un rastro de danta. Los perros siguen el rastro y después de 1 hora de seguirlo consiguen atraparla en la cabecera de una quebrada. El joven, después de alistar la carga de su cacería decide regresar pero él no sabe por dónde vino. Sólo sabe que cuando los perros empezaron a perseguir la danta eran las 9:00 de la mañana, el tiempo en ese momento está muy nublado y no sabe la hora precisa. Él tiene un machete y todo lo necesario para la cacería. Ayuda al joven a buscar las posibilidades de regresar a casa, tu misión es traerlo sano y salvo antes del anochecer.



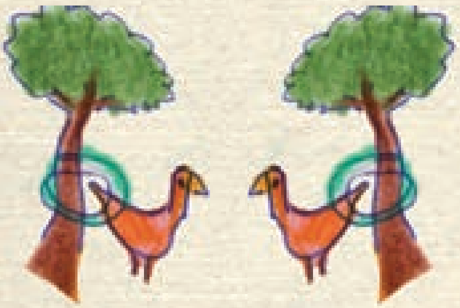
Los alumnos deben realizar gráficos, establecer sus propias condiciones para el regreso, ordenar las secuencias o pasos más adecuados que considere importantes para el regreso, plantear otros problemas posibles para analizar.

En esta parte del trabajo de los sistematizadotes se establecen los conocimientos previos y los conocimientos posteriores de los estudiantes a priori. Este punto debe ser introducido en la introducción de esta parte del trabajo de los docentes. Es algo así como que los docentes que están elaborando proyectos tema han de suponer cuáles son los conocimientos previos y los conocimientos a los que los estudiantes deben llegar.

PRIMERA EXPERIENCIA DE SISTEMATIZACIÓN EN EL AULA CON LOS ESTUDIANTES

Escuela "Imáriya" uerto Lago

(Asociación de Capitanes Indígenas del río Mirití - Paraná, Amazonas)



PRIMERA EXPERIENCIA DE SISTEMATIZACIÓN EN EL AULA CON LOS ESTUDIANTES

Juegos de Razonamiento Lógico
La gallina, el panero y el tigrillo

Juegos de Razonamiento Lógico
Los cazadores

Experiencias geométricas
Estabilidad de la canoa

JUEGOS DE RAZONAMIENTO LÓGICO
La gallina, el panero y el tigrillo

Ficha técnica:
Número de estudiantes: 10
Grados escolares: 3º, 4º y 5° grado de primaria
Edades: 8 a 13 años
Profesores: Wilfredo Yukuna y Benedicto Tanimuka
Sesiones de trabajo: 2 de cinco horas cada una
Núcleo temático: Etnomatemáticas
Eje temático: Lógica
Proyecto: Juegos de Razonamiento Lógico

Planteamiento del problema:
Para la preparación de la clase se retomó el proyecto de lógica que está relacionado con problemas de juegos lógicos. Para iniciar se propuso un juego popular que por su sencillez permite preparar a los estudiantes para problemas más complejos:

Cómo puede cruzar una persona a un tigrillo, una gallina y un panero de fariña a la otra orilla de un puente, de tal manera que el tigrillo no se coma a la gallina y que la gallina no coma del panero de fariña. Dado que el puente no soporta tanto peso, se impone una condición: la persona sólo puede pasar por el puente cargando a lo sumo a uno de los tres objetos.

Se adicionó al juego lógico la tarea de contar el número mínimo de viajes que se necesitan para pasar las cosas y la persona a la otra orilla. El fin de esta parte del juego es que los estudiantes encuentren una relación entre el razonamiento y la operatoria matemática. Es decir, que los estudiantes vean que se puede trabajar operaciones matemáticas con estos juegos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS DE LOS ESTUDIANTES

Cuando se planteó el problema, la idea era observar qué sabían los estudiantes respecto a este. Dentro de ese interés se incluye averiguar qué consideraciones usarán los estudiantes al tratar de resolver este tipo de problemas de lógica. Para el docente conocer esto no es fácil, razón por la cual se centró la atención en observar qué es lo que entienden e interpretan los estudiantes de este problema y en ver si son capaces de seguir y aplicar las condiciones que se imponen en el juego.
En esta fase las observaciones de los docentes sobre los conocimientos previos de los estudiantes fueron:

- Que los tigrillos se comen a las gallinas y que las gallinas comen fariña, y que en ninguna circunstancia pueden estar solas estas parejas incompatibles sin la presencia controladora de una persona.
- Que si en cualquiera de las orillas del puente se llegan a dar las situaciones negativas, los estudiantes consideran que el juego no cumple con el objetivo y no se resolvió correctamente.
- Que los estudiantes se apoyan en representaciones concretas para poder resolver el problema: gráficos, fichas, dibujos.
- Que los estudiantes si pueden seguir las instrucciones y reglas del juego.
- Que cuando las reglas se rompen son los mismos estudiantes quienes terminan identificando el error y haciendo la corrección.
- Que los estudiantes van más allá de las condiciones lógicas y plantean soluciones más reales es decir unas que podrían darse más comúnmente en la práctica cotidiana.
- Que se pueden buscar otras posibilidades que conduzcan a la solución del problema.

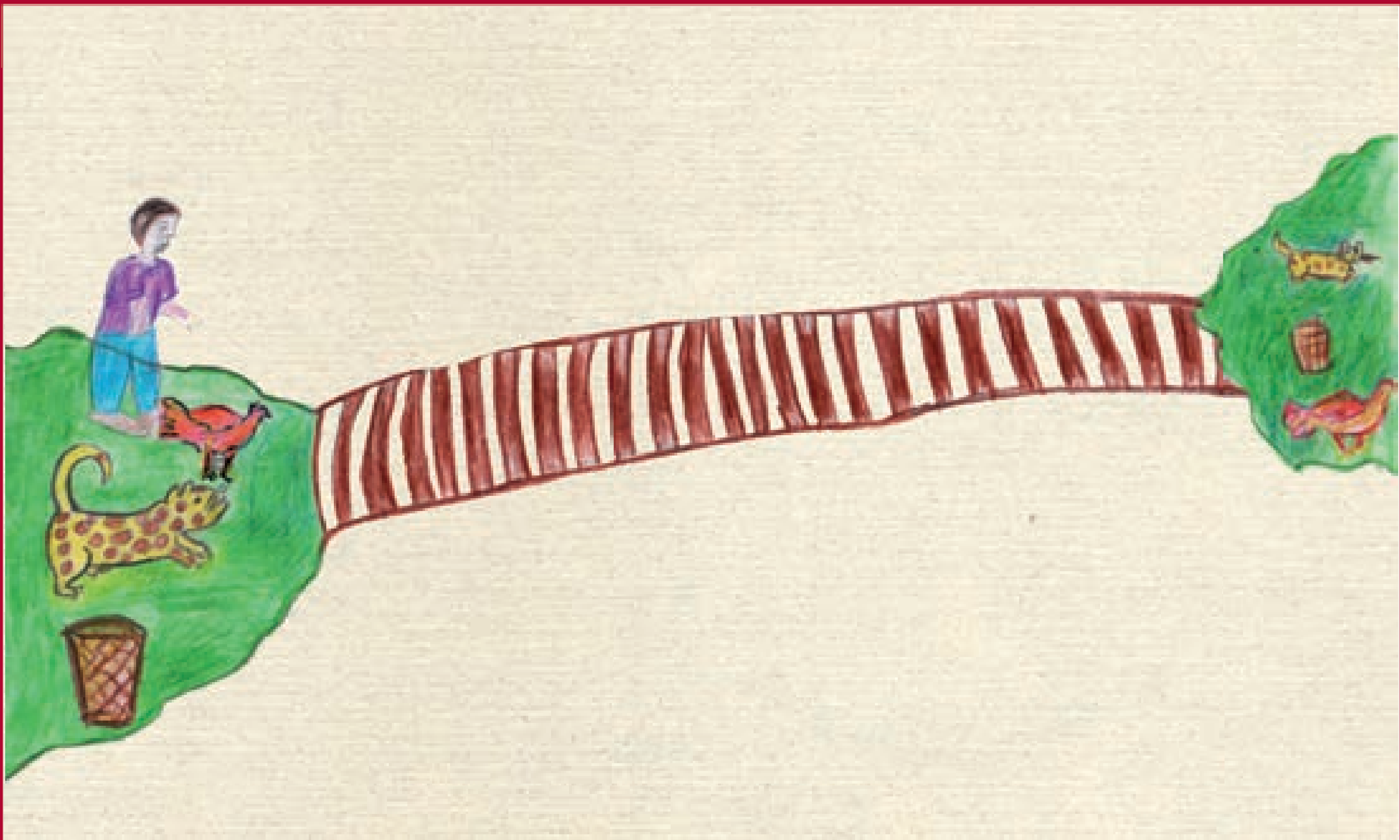
Desarrollo del problema

Los niños se organizaron de diferentes maneras para trabajar, algunos decidieron resolver el problema solos, otros trabajaron por parejas y otros circulaban por todos lados viendo como era que sus compañeros solucionaban el problema para poderlo contrastar con lo que ellos hacían.

Tipos de representación de los estudiantes:

El primer tipo de representación que se realizó para resolver el problema fue en forma oral, pues los estudiantes de manera verbal trataban de establecer la estrategia de solución. Sin embargo se fueron dando cuenta que este tipo de representación no permitía mantener un orden en la secuencia de la descripción ni tampoco darse cuenta cuándo se estaban equivocando.

Después pasaron a la representación gráfica del problema, que consistió en hacer dibujos referentes a la situación, recreando el ambiente general que sucedía en el problema. En esa representación los niños dibujaron el puente, los animales, la fariña, la persona y en algunos casos pasaron a mostrar gráficamente los movimientos posibles. Con el apoyo de la representación gráfica varios estudiantes empezaron a poner en práctica los planteamientos orales que habían propuesto primero (ver dibujos).



A partir del dibujo los estudiantes empezaron por grupos a representar los personajes del juego con objetos físicos. Por ejemplo, se representó el puente con una regla, la gallina con un esfero negro, el tigrillo con un esfero de color amarillo y la fariña con un esfero de color rosado. Este tipo de representación resulto ser más dinámica que la representación anterior, dado que permitía a los estudiantes mover los objetos. Lo interesante de esta representación era que el estudiante podía visualizar lo que decía y a la vez permitía que los estudiantes que lo observaban verificaran si la solución que él daba cumplía o rompía alguna de las condiciones.

Representación práctica y dramatizada: después de resolver el problema con la representación anterior los estudiantes propusieron que era el momento de hacer la práctica real. Por lo tanto se decidió representar el tigrillo con un libro gordo de color amarillo, la gallina con un tubo grueso de color gris y la fariña con un rollo de papel periódico. Se seleccionó a un estudiante para que representara a la persona y se dramatizó el problema en el puente de la comunidad, que en realidad se encuentra en mal estado y no aguanta mucho peso. Con este tipo de representación se pudo ver que los estudiantes estaban más pendientes de si el compañero solucionaba bien el problema, e intervenían más para hacer las correcciones cuando aquel se equivocaba.

Exploraciones de los estudiantes:

Durante las exploraciones se observó que los estudiantes, primero empiezan a dar soluciones que no cumplen las condiciones iniciales del problema, pero que para ellos son totalmente posibles y reales. Esto quiere decir que los estudiantes empiezan a solucionar el problema y cuando se encuentran ante ciertas circunstancias inventan y exploran aspectos adicionales que dan solución al problema. Por ejemplo, un estudiante cuando pasa la gallina y después pasa la fariña, al devolverse ve que tiene que dejar sola a la pareja incompatible, decide entonces que debe amarrar a la gallina.

Pero, a veces por iniciativa de los mismos estudiantes y con la intervención del profesor, se le dice al estudiante: ¿qué pasa si no hay cuerda? Tratando así que el estudiante encuentre una solución alternativa, pero más restringida, cercana a las condiciones del problema. Cuando los estudiantes son bastante imaginativos dan otras soluciones, que son las que una persona adulta normalmente y de manera lógica daría ante un problema como este. Por ejemplo, cuando al estudiante anterior se le dijo: ¿qué pasa si no hay cuerda? él respondió: busco un lugar alto donde pueda colgar la fariña y la gallina no pueda llegar hasta ese lugar.

Estas exploraciones alternativas que un estudiante da para solucionar el problema, son nuevamente sometidas a prueba por el grupo de estudiantes o por el profesor. Pero durante las exploraciones estos aparentes desvíos del problema son importantes ya que permiten a los estudiantes que observan, establecer las condiciones mínimas que se necesitan para resolverlo. Entretanto surgen todas las críticas que se le hacen a las propuestas de solución dadas por los estudiantes, donde se adicionan elementos no contemplados en el planteamiento del problema. Es decir, permanentemente los estudiantes apoyados por el docente están preguntando: ¿qué pasaría si no hubiera este o aquel elemento que se adiciona en el problema? Sin ese elemento ¿cómo se resolvería el problema?

Al estudiante el profesor le valora las exploraciones y las propuestas de solución, pero también se le restringe el problema para que lo resuelva de acuerdo con las condiciones planteadas y sin adicionar elementos. Después, los estudiantes pasan a explorar el problema teniendo en cuenta la representación que les permite observar detalladamente las condiciones que el problema impone. En este cambio y exploración, el estudiante, de acuerdo con las observaciones del docente empieza a realizar intentos donde ensaya, se equivoca y nuevamente repite el juego desde el inicio. Es decir, se inicia un proceso de exploración que se podría denominar por ensayo, error, nuevo ensayo, nuevo error hasta llegar a la solución.

La exploración por ensayo y error no sistemática. Permanente se hacen muchos ensayos pero de manera no sistemática pues el estudiante realiza muchos intentos iguales sin percatarse que ese intento ya lo ha hecho varias veces. Incluso pude considerar que el problema no tiene solución y termina por abandonarlo frustrado, o impulsado por rabia, o porque ya no le encuentra sentido. Con esa forma azarosa de explorar el problema, a veces sucede que, sin ser conscientes varios estudiantes lo solucionan. Pero cuando se les pregunta que lo repitan de nuevo y expliquen como lo hicieron, por lo general vuelven a equivocarse y se encuentran reiniciando la exploración desde cero.

Se inicia la exploración por ensayo y error fundada en el recuerdo y la memoria. Lo que se pudo observar es que cuando un estudiante resuelve el problema es necesario, pedirle que lo resuelva de nuevo, bien sea para el grupo o para el profesor. Con este nuevo intento se quiere verificar como fue que se realizaron los movimientos que condujeron a la solución, y es en ese momento de la solución del problema que el estudiante centra más la atención en lo que hace. Empieza a memorizar lo que está haciendo hasta que finalmente logra recordar todos los pasos que hizo para llegar a la solución correcta. La manera en que se realizó la exploración en todos los casos requirió la representación con objetos físicos, la representación gráfica y la verbalización de los movimientos en una secuencia o procedimiento. Una vez el estudiante domina el procedimiento para hacer los movimientos los repasa una y otra vez con los materiales de la representación hasta que lo domina de manera completa.

Ideas construidas por los estudiantes (las conjeturas)

Las ideas construidas por los estudiantes están relacionadas con las formas de explorar y representar el problema. Esto quiere decir que implícitamente y a veces explícitamente, el estudiante expresa las ideas que tiene sobre el problema propuesto. Los docentes deben estar atentos a los comentarios que hacen los estudiantes durante el desarrollo del problema, muchas veces consideramos que eso que dicen los estudiantes es demasiado obvio como para darle importancia. Pero un ejemplo que demuestra que esto es una debilidad en la observación del docente es lo que vamos a mostrar a continuación.

Las primeras ideas construidas por los estudiantes están referidas a la situación cotidiana más real para ellos o a lo que una persona normalmente haría en una situación problemática como esa. Se podría decir que los estudiantes piensan inicialmente en términos prácticos sobre lo que harían en realidad. Por ejemplo el estudiante que propuso que la gallina se amarra cuando queda junto a la fariña, complementa diciendo que la cuerda debe ser de una longitud menor a la distancia entre la gallina y el lugar donde se deja el panero, de lo contrario la gallina alcanzaría la fariña. Estas ideas prácticas venidas de la experiencia cotidiana establecen relaciones entre los hábitos de la gallina como comerse la fariña, estrategias prácticas como utilizar cuerdas y conocimientos sobre distancias entre dos puntos.

De acuerdo con la observación anterior, el estudiante construye así su primera conjetura: Lo más lógico para resolver un problema, es utilizar lo que uno haría normalmente en una situación real y ya sabe por experiencia práctica. Por eso ve completamente válida su solución, pues lo más fácil y práctico, lo que muestra la experiencia para evitar que la gallina se coma la fariña es amarrarla. Además ¿quién no ha visto que eso es lo que hace la mayoría de personas en la comunidad?

La segunda conjetura: deben colocarse los dos objetos incompatibles a una distancia correcta, donde la cuerda sea más corta que la distancia entre los objetos. El estudiante está haciendo una afirmación que, formulada en términos matemáticos se representaría así: sea A el punto donde se ubica la gallina, B el punto donde se ubica la fariña, y L la longitud de la cuerda con la que se amarra a la gallina. Entonces, para que la condición de que la gallina no se coma la fariña se cumpla, la conjetura establece que la distancia AB debe ser mayor que la distancia o longitud de la cuerda L, es decir $AB > L$.

La tercera conjetura: parte de la posibilidad de que no se cumpla la opción anterior, es decir que no se consiga una cuerda. El estudiante plantea que en ese caso se pone la fariña a una altura que la gallina no pueda alcanzar, puesto que las gallinas no vuelan. Con esta solución el estudiante implícitamente está diciendo que el desplazamiento vertical (vuelo) de la gallina es muy cercano a cero, por lo tanto no se necesita cuerda porque los desplazamientos de la gallina son horizontales y no verticales. Matemáticamente lo que se quiere decir es que si se ubica la fariña a una altura h mayor a cero o mayor a la altura de la gallina, entonces no existe un desplazamiento vertical h mayor de cero o por encima de la altura de la gallina, y por lo tanto la gallina nunca alcanzará el panero de fariña.

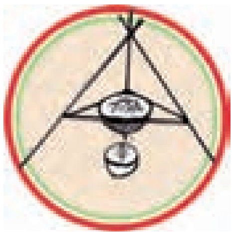
Sin embargo, ante esta conjetura que parece matemáticamente lógica, los niños manifiestan su inconformidad, dadas las experiencias que han tenido con las gallinas. Pues según sus comentarios una gallina hambrienta es capaz de buscar maneras de subirse a los árboles y alcanzar la comida, peor aún si el alimento son lombrices. Esa reflexión pone a los estudiantes a plantearse conjeturas un poco más abstractas y basadas principalmente en las mismas condiciones que plantea el problema pero que no resuelven necesariamente el problema de forma directa.

Cuarta conjetura: todos los posibles viajes de la persona con los objetos solo pueden ser persona-gallina, persona-tigrillo, persona- panero de fariña y persona sola. Esta conjetura es un indicio del manejo elemental que tienen los estudiantes respecto a las combinaciones que se pueden realizar entre una persona y un grupo de objetos, y donde el objeto fijo es la persona y el otro puede ser cualquiera de los demás objetos. Suponen además que no se espera que el tigrillo y la gallina se devuelvan solos o se vayan solos, menos aún el panero de fariña.

Quinta conjetura: para resolver el problema es necesario que la persona se devuelva sola o que decida regresar a la orilla inicial con uno de los objetos que ya había llevado a la orilla de llegada. Esta conjetura es un gran descubrimiento pues de acuerdo con las observaciones, los estudiantes se bloquean generalmente en sus primeros intentos, pensando que si pasan a la orilla de llegada no cabe la opción de llevar de regreso algún objeto. Este descubrimiento planteado en forma de conjetura les permite mayor flexibilidad para explorar el problema.

Sexta conjetura: los estudiantes plantean que una manera de saber si el problema se está resolviendo mal, es que en alguna de las orillas quede una pareja incompatible y que la persona tenga que irse sin llevar a alguno de los objetos para buscar el objeto que falta. En esa situación dicen que si la persona se va, entonces la gallina se come a la fariña, o que el tigre se come a la gallina, entonces debe llevarse a alguno, o si no el problema queda sin resolver. Esta conjetura al igual que la anterior contribuye a la flexibilidad necesaria para resolver el problema.

Séptima conjetura: es necesario ensayar muchas veces hasta aprender y memorizar los movimientos que son necesarios hacer que el problema quede resuelto. Precisamente es esta la conjetura que combinada con las anteriores permite, por ensayo y error, llegar a la solución del problema, que cuando se memoriza el procedimiento se puede llevar a la práctica y se socializa como demostración de la solución.



Soluciones propuestas por los estudiantes

En esta experiencia escolar con el problema de lógica se propusieron tres soluciones desarrolladas por los estudiantes. Dos de las soluciones corresponden a primeros intentos de resolver el problema ponen de presente las formas de razonamiento lógico práctico de los estudiantes. La otra solución es una construcción de la exploración práctica que se expresa oralmente y en algunos casos con indicios en lo escrito. En esas soluciones se indican los procedimientos que describen paso a paso los desplazamientos e intercambios que debe hacer la persona para resolver el problema.

Primera solución:

- Se lleva primero la gallina a la otra orilla y se amarra
- Se devuelve la persona y trae el panero de fariña
- Lo deja retiradito de la gallina, para que no se la coma
- Después se devuelve con el tigrillo

Como se anotó este fue el estudiante al que los mismos compañeros le preguntaron qué pasaba si no hay cuerda para amarrar la gallina.

Segunda solución:

- Se lleva primero la gallina a la otra orilla
- Se devuelve la persona y trae el panero de fariña
- Lo deja colgado en un árbol para que la gallina no lo alcance
- Después se devuelve y trae al tigrillo.

Este es el mismo estudiante que dio la solución anterior, la solución es la respuesta a la pregunta en caso de que encontrar una cuerda.

Tercera solución:

En vista de que para algunos estudiantes no siempre se dan las condiciones para las anteriores soluciones, ellos coinciden en dar una solución que es común a varios de ellos, si bien la primera persona que la socializó fue una estudiante.

- Se lleva la gallina a la otra orilla del puente
- Se regresa
- Pasa al tigrillo
- Se devuelve con la gallina
- Deja la gallina en la orilla de partida del puente
- Se lleva al panero de fariña y lo deja
- Se regresa y recoge a la gallina y la pasa.

Una vez obtenida esta solución otros niños la descubren, algunos siguiendo los pasos que oyeron mientras otros niños la descubren de manera independiente. Lo interesante es el análisis implícito que hacen los niños, en el cual utilizan algunas de las conjeturas manifestadas por los estudiantes y usan la representación dinámica del juego. Implícitamente, durante la memorización de los movimientos hechos van descartando entre movimientos convenientes e inconvenientes, hasta lograr aislar todos los movimientos que conforman el procedimiento que da la solución. Mentalmente y cognitivamente los estudiantes tuvieron que pensar algo de este orden:

Ejemplo de movimientos o estados posibles:

Evalúa
Orilla de partida

OBJETO	ESTÁ	PERMITIDO
Persona	No	Si
Gallina	No	
Tigrillo	Si	
Fariña	Si	

PUENTE

Evalúa
Orilla de llegada

OBJETO	ESTÁ	PERMITIDO
Persona	No	Si
Gallina	No	
Tigrillo	Si	
Fariña	Si	

Operaciones lógicas realizadas:

PERMITIDO			SELECCIÓN	
Objeto	Orilla de partida	Orilla de llegada	Operación lógica	Memoria del procedimiento (movimiento válido)
Persona	Si	Si	Si y Si	Si
Gallina	Si	No	Si y No	No
Tigrillo	No	Si	No y Si	No
Fariña	No	No	No y No	No

De acuerdo con la operación lógica, está la positiva (“si”) en la columna “Memoria del Procedimiento”, por lo tanto ese movimiento o estado hace parte de los movimientos que pertenecen al procedimiento que soluciona el problema. Es decir, todo movimiento que hace parte del procedimiento y que da solución al problema debe ser permitido en la orilla de partida y en la orilla de llegada. O mejor, “si y si” da “si” en el procedimiento, todos los casos contrarios dan “no” en el procedimiento. Por lo tanto, la mente del estudiante debe estar “cazando” todas las opciones que den “si”.

Ejemplo de otro estado posible, pero no permitido como movimiento valido.

Evalúa
Orilla de partida

OBJETO	ESTÁ	PERMITIDO
Persona	Si	Si
Gallina	No	
Tigrillo	No	
Fariña	Si	

PUENTE

Evalúa
Orilla de llegada

OBJETO	ESTÁ	PERMITIDO
Persona	No	No
Gallina	Si	
Tigrillo	Si	
Fariña	No	

Operaciones lógicas realizadas:

PERMITIDO			SELECCIÓN	
Objeto	Orilla de partida	Orilla de llegada	Operación lógica	Memoria del procedimiento (movimiento válido)
Persona	Si	Si	Si y Si	Si
Gallina	Si	No	Si y No	No
Tigrillo	No	Si	No y Si	No
Fariña	No	No	No y No	No

El valor que se ve en la columna "Memoria del Procedimiento" no es válido para incorporarlo como un movimiento de la secuencia de movimientos para la solución. Pues como muestra el estado en la orilla de partida, la situación es válida ya que se encuentran la persona y la fariña, pero no sucede lo mismo en la orilla de llegada, donde se encuentran solos el tigre y la fariña, y por lo tanto es no permitido. Lo que se hace es evaluar en conjunto la orilla de partida y la orilla de llegada, es decir "si y no" da "no".

En el transcurso de la experiencia los niños evidencian que tienen claro que: si un objeto está en la orilla de llegada, no puede estar a la vez (simultáneamente) en la orilla de partida y viceversa. Esto fue claro cuando realizaron la experiencia en el puente, pues cuando el estudiante que hacía las veces de personaje del juego se confundió con el objeto que llevó, le preguntaron: ¿qué fue lo que llevó? él dijo: el tigrillo. Los otros estudiantes le dijeron no, el tigrillo está aquí. Para la próxima debe poner más atención en lo que lleva. Este hecho permite colocar en la tabla "si", si el objeto está en una orilla, y "no" si está en la orilla opuesta. El hecho de que un objeto se encuentre en una orilla excluye que esté en la otra.

Argumentación de las soluciones

En esta situación la verificación de la solución no se expresó por medio de argumentos lógicos o explicaciones abstractas, los estudiantes estuvieron de acuerdo en que la manera de demostrar el problema era realizando la experiencia. Así iban a darse cuenta si cumplían con todas las condiciones cuando se realizaban los movimientos para cumplir con el objetivo del problema. La primera demostración de la experiencia la realizaron utilizando la representación gráfica, el dibujo con los objetos físicos movibles y de esta manera verificaron que la solución era válida. La segunda demostración la hicieron con el dramatizado, en donde simularon la situación real. En todos los casos revisaban que en las orillas se cumpliera con las condiciones que impone el problema. Es decir, la demostración argumentativa consistió en la verificación del procedimiento construido por ellos por medio de la experiencia.

ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA

A nivel cognitivo

Cuando se planteó el problema se hizo para todos los estudiantes desde el grado cero hasta el grado quinto con el fin de establecer los grupos que cognitivamente estaban preparados para asumir este problema. Lo que se observó, fue que los grados primero y segundo no entendieron el planteamiento del problema con las condiciones que se debían cumplir en las orillas. Esto implicó para los docentes restringir el estudio del problema solamente a los grados tercero, cuarto y quinto.

En general, el problema implicó el manejo de una comunicación oral y gráfica, la imitación práctica del problema y, en algunos casos el uso de la escritura para poderlo abordar y explorar. El modo de comunicación en todos los casos pretendía contribuir al desarrollo de un procedimiento que diera la solución del problema, basado principalmente en el cumplimiento de ciertas condiciones.

Los primeros acercamientos al problema se hacen a través de consideraciones prácticas e incluyendo elementos extras que ayudan a solucionar el problema. Después se pasa a unas soluciones que son más generales, que eliminan las situaciones que posiblemente no se pueden dar, por ejemplo: la cuerda para amarrar la gallina, el árbol para colgar el panero. El último acercamiento es especificar oralmente, gráficamente o por escrito, el procedimiento que lleva a la solución del problema. Todos estos procedimientos se construyen inicialmente por exploraciones de ensayo y error, hasta lograr asentar en la memoria los movimientos que son válidos.

Los estudiantes muestran que una de las maneras que tienen para verificar un procedimiento es por la práctica. Por eso el afán constante de decir: ¡mire que si se cumple! y lo ilustran con el movimiento de los objetos sobre el dibujo donde representan el puente. El caso más relevante es que consideran que se puede pasar de una demostración cuya representación son dibujos y objetos, a una demostración cuya representación son personajes reales, y en la cual el procedimiento también se cumple (suponiendo que el tigrillo sea domesticado).

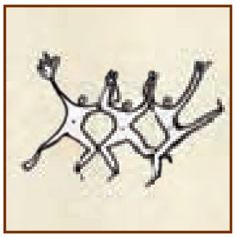
A nivel actitudinal

El grupo con el que se trabajó está compuesto por caracteres diversos, algunos son tranquilos, otros son más activos, otros son impacientes, otros rebeldes, otros amables y algunos impulsivos. Esto en realidad constituye la población que se da en una clase real de estudiantes de primaria, y que el docente no puede ignorar. Sin embargo, a pesar de esas condiciones del grupo, se puede mejorar considerablemente la actitud frente al trabajo y la disposición e interés para los proyectos tema.

Lo que se observó es que son pocos los estudiantes que trabajan por iniciativa propia y que pueden por si solos mantener la atención sobre el problema hasta lograr resolverlo y sin la ayuda del docente. La mayoría de estudiantes, en esta primera experiencia formal de sistematización de experiencias de aula, requieren del acompañamiento permanente del docente. Si no se les reconoce, aclara o se está cerca de ellos y para que ensayen alternativas para la solución del problema renuncian fácilmente a resolverlo.

Además es importante que aprendan a trabajar mucho más en grupo, pues la mayoría de soluciones son el producto de trabajo individual y no de un diálogo entre los mismos estudiantes. La relación pedagógica se dio más entre estudiantes y docentes que entre estudiantes. Sin embargo en el momento de la socialización se destacó que los estudiantes que encontraron soluciones las expresaban con entusiasmo y los que las escuchaban las aprendían y las verificaban experimentalmente.

A los estudiantes les gustó que sus compañeros se equivocaran y algunos lo hacían intencionalmente, pero esta actitud tiene una parte positiva y es que permite que estén pendientes de ver si el problema se está resolviendo bien. Además permite que entre ellos se corrijan para solucionar los problemas. Están monitoreando donde se hace algo mal para corregirlo.



A nivel de la dinámica escolar

Cuando se inició la actividad, el docente centró más la atención en los estudiantes de los grados superiores y descuidó a los pequeños. Esto se hizo así porque sólo se quería determinar si este problema se podía trabajar con los estudiantes de todos los grados y como una experiencia para experimentar. Sin embargo, el docente decidió que definitivamente para poder aprovechar al máximo el problema era mejor centrar la atención en las elaboraciones que proponían los estudiantes grandes, de los grados tercero, cuarto y quinto.

Lo interesante de la dinámica fue que el profesor escuchaba con mucha atención y emoción las diferentes soluciones planteadas por los estudiantes, recogía sus ideas y les proponía que las asumieran con seriedad para ponerlas en práctica. Además él trataba de hacer que las representaciones enfocadas a la exploración del problema fueran muy diversas, que no se limitaran a decir dos o tres cosas y que el problema terminara inconcluso.

Se invitó a que los estudiantes razonaran, comunicaran y crearan sus propias formas de solucionar el problema. El docente en ningún caso se convirtió en un docente discursivo, de los que se vuelven cansones y les dicen a los estudiantes: paren que les voy a dar la solución correcta. El docente esperó hasta que los estudiantes por sí mismos fueran encontrando las soluciones y fueran seleccionando la que más les parecía solucionar el problema.

En ningún momento él impuso su punto de vista, como si fuera la de mayor validez, sino que por el contrario reconoció las diferentes soluciones dadas por los estudiantes y las iba presentado como correctas en ciertas condiciones particulares. Tampoco asumió una actitud permisiva dejando que los estudiantes terminaran controlando la clase de manera descoordinada, dejando que siguiera un rumbo al azar, donde se perdiera el sentido de aprendizaje que se podría lograr al solucionar el problema.

APORTES DE LA SISTEMATIZACIÓN

Por experiencia se sabe que una de las exigencias que hacen los padres de familia es que los estudiantes mejoren el manejo en las operaciones matemáticas, inclusive son los mismos estudiantes quienes solicitan a los docentes que les ayuden a mejorar sus habilidades en el tema. Por eso se considera que es necesario que en los problemas de lógica, además de mejorar el razonamiento lógico, también se mejore el manejo de las operaciones matemáticas. Sólo que en este caso las operaciones van a estar referidas a problemas que tengan que ver con los problemas lógicos planteados. A esa forma de mejorar las matemáticas utilizando las operaciones se le denomina operatoria.

Ideas de operatoria matemática:

1) Con el problema del puente se puede trabajar los casos de relación entre peso y costo, usando todos los objetos a mover.

OBJETO	CANTIDAD KILOS	PRECIO POR KILO	TOTAL
Persona	10	5000	
Gallina	12	3000	
Tigrillo	15	2000	
Fariña			?

Observando la información en la tabla responda:

a. ¿Cuánto dinero recibe la persona si pasa todos los objetos a la otra orilla?

b. ¿Cuál de los objetos deja mayor ganancia al pasarlo a la otra orilla?

c. ¿En cuánto es mayor la ganancia por pasar la fariña que la ganancia por pasar gallina?

d. ¿En cuánto es mayor la ganancia por pasar del tigrillo que la ganancia por pasar la fariña?

2) En los casos anteriores se puede suponer que no se cobra por la pasada del puente. Si por cada viaje que haga la persona a cualquiera de las orillas, le cobran 500 pesos para el mantenimiento del puente.

a. ¿Cuál es la ganancia real de la persona al pasar todos los objetos?

b. ¿Cuánta es la ganancia real al pasar cada uno de los objetos?

Para responder estos dos últimos problemas es necesario contar el número de viajes que se realizaron para pasar cada objeto y el número total de viajes que se necesitan para pasar todos los objetos.

3) En caso de que la gallina se coma la fariña, ¿cuánto pierde la persona? Y en caso de que el tigrillo se coma la gallina, ¿cuánto pierde la persona?

4) Si el puente aguanta a un adulto de máximo 70 kilos que carga el objeto más pesado, ¿cuál es el peso máximo que aguanta el puente?

Solución al primer problema de operatoria (parte a)

Para resolver este problema se generó un diálogo entre el profesor y los estudiantes. Durante el dialogo no se distinguieron las respuestas de ningún estudiante, sino que se recogieron las observaciones de todos de manera general. En seguida se transcribe el diálogo que se desarrolló, la letra P representa al profesor, la letra E al estudiante y A para el asesor:

P: ¿Qué operación hay que realizar para saber cuánta fue la ganancia total por pasar los objetos?
A: Una suma
P: ¿Qué es lo que se suma?
E: El valor de ...

5000	
3000	
+ 2000	lo que suma:
10000	pesos

El estudiante suma los valores por kilo de cada objeto

P: Analicemos si este proceso es correcto. ¿Cuánto se paga por un kilo de gallina?
E: Umm… [se quedan pensando]
P: Miren la tabla para ver que dice.
E: Cinco mil pesos.
P: Entonces ¿cuánto cuestan dos kilos de gallina?
E: Diez mil.
P: ¿Tres kilos?
E: [Dan varios valores, hasta que uno acierta] Quince mil.
P: Si, con tres kilos de gallina ya tenemos quince mil, pero falta contar más kilos.
Por lo tanto no se puede sumar como se propuso anteriormente.
P: ¿Qué es lo que debemos hacer para hallar la ganancia total?
E: Hallar el valor total de los objetos, de cada uno.
P: Continuemos entonces con las gallinas.

CANTIDAD	VALOR
1k	5000
2k	10000
3k	15000
5k	25000
…	…
10k	50000

En el salto del valor de 5k hasta el valor de 10k los estudiantes con frecuencia se equivocan.
Es necesario enfatizar que si 5 k cuestan $ 25000, 10 kilos que son el doble deben costar el doble, y el doble de $ 25000 son $ 50000.
P: Y ahora ¿qué hacemos?
E: Lo mismo pero con los tigrillos
P: Sigamos el procedimiento anterior.

CANTIDAD	VALOR
1k	3000
2k	6000
3k	9000
6k	18000
…	…
12k	36000

Igual que en el problema anterior, cuando se debe pasar al doble de cantidad para hallar el doble del valor los estudiantes se confunden. Por eso al pasar de 3 k que cuestan $ 9000 a 6 k que cuestan $ 18000, no ven inmediatamente que hay que multiplicar por dos el valor anterior.

P: Sigamos el procedimiento, pero ahora con la fariña

CANTIDAD	VALOR
1k	2000
2k	4000
3k	6000
...	...
6k	12000
7k	14000
7k y ½	15000
...	
15k	30000

Ahora, la dificultad surgió al momento de hallar 7k y ½ k. Si un kilo cuesta $ 2000, entonces ¿cuánto cuesta medio kilo? Algunos dicen muy seguros: "pues la mitad mas la mitad da 2000, por lo tanto 7k y ½ k cuestan $ 14000 + 1000 = 15000. El doble de 7k y ½ k son 15k, entonces 15k cuestan $ 30000.

P: ¿Qué debemos hacer para hallar el costo total de los objetos?
E: Completar la tabla.
P: Pero ¿qué hay que hacer exactamente en la tabla?
E: Colocar los valores en la columna final y al frente de cada objeto su valor.
P: ¿Qué más?
E: Sumar.
P: ¿Qué se suma?
E: $50000 de la gallina, $36000 del tigrillo y $30000 de la fariña. Da $116000.
P: Existe una manera más rápida de hacer todas esas operaciones.
A: [Piensan pero no dan respuesta.]
P: Miremos qué pasa con la primera tabla, la de la gallina.

CANTIDAD	VALOR
1k	5000 x 1
2k	5000 x 2
3k	5000 x 3
5k	5000 x 5
...	...
10k	10k x ? = 50000

CANTIDAD	VALOR
1k	5000
2k	5000
3k	10000
5k	15000
...	...
10k	50000

Entonces, si seguimos este orden ¿cuál es el valor para 10 kilos de gallina?

A: 5000 x 10 = 50000

P: ¿Cuál es la regla para hallar cualquier valor cuando se da una cantidad y el valor por unidad de esa cantidad? En este caso se dan 10 k y se dice que el kilo es a 5000

A: Se multiplica el valor del kilo por el número de kilos del objeto.

P: Apliquemos la misma regla para hallar el valor de los otros objetos.

A: Para el tigrillo: valor por kilo multiplicado X el número de kilos será:
3000 x 12 = 36000

A: Para la fariña:
2000 x 15 = 30000

P: Completemos la tabla

OBJETO	CANTIDAD KILOS	PRECIO POR KILO	TOTAL
Persona	10	5000	50000
Gallina	12	3000	36000
Tigrillo	15	2000	30000
Fariña			?

Los alumnos descubren que en la tabla: se multiplica los números horizontalmente y se suman los valores de la última columna verticalmente.

JUEGOS DE RAZONAMIENTO LÓGICO
Los cazadores

Planteamiento del problema

Este problema es extensión del anterior, sólo que se incrementa la complejidad del análisis lógico.

Cuatro adultos van de cacería al salado, tienen que cruzar un río que está lleno de caimanes. Para cruzar solo disponen de una canoa que se encuentra en la orilla del río donde hay dos niños. En la canoa caben solamente dos niños o un cazador con su equipaje. Cómo logran cruzar los cazadores con su equipaje? Al problema se le agregó la instrucción de contar los viajes que se necesitan realizar para pasar los cazadores a la otra orilla del río.

CONOCIMIENTOS PREVIOS DE LOS ESTUDIANTES

Nuevamente, surge el interrogante de los docentes sobre cómo establecer los conocimientos previos de los estudiantes en un tema sobre razonamiento lógico. Qué es lo que se puede observar a nivel cognitivo en un estudiante al que se plantea un problema como este? Identificar los conocimientos, el modo de análisis y las estrategias que utiliza el estudiante al resolver el problema, es una tarea pedagógica bastante compleja para el docente. Aquí se van a rastrear y evidenciar especialmente los comentarios iniciales de los estudiantes frente al problema mencionado. Los siguientes son algunos de los comentarios y primeros acercamientos a la solución del problema que identifica el docente.

- Si solamente caben dos niños, la canoa debe ser muy pequeña.
- Los cazadores son jóvenes y/o adultos, por eso ocupan mayor espacio y tienen más peso que los niños.
- Los niños que pueden manejar una canoa son mayores de 6 años.
- Es poco probable que un caimán ataque una canoa.
- Para resolver el problema los estudiantes se ayudan con representaciones concretas: gráficos, fichas, dibujos.
- Para solucionarlo se debe cumplir con las reglas y las condiciones del juego.
- Los estudiantes van más allá de las condiciones lógicas formales y plantean soluciones posibles que se podrían dar en la práctica cotidiana.
- Para contar el número de viajes se necesita utilizar un método de conteo, que por lo general es trazar líneas.

DESARROLLO DEL PROBLEMA

Tipos de representación usada por los estudiantes

En comparación con el desarrollo del problema anterior se puede afirmar que el uso de representaciones durante el desarrollo del problema, prácticamente siguió el mismo proceso. Salvo que en este caso se pudo evidenciar un mayor nivel en la representación gráfica, en especial cuando tenían que contar los viajes para pasar a los cazadores. También en la capacidad de registrar el procedimiento aplicado y verbalizarlo de memoria pero compresivamente. La información producida por los estudiantes no solamente era organizada para guardarla en la memoria, sino que se establecieron métodos de conteo que permitieron hacer un registro escrito y gráfico de lo que iba sucediendo durante el desarrollo del problema. Esto último posibilitó que los estudiantes hicieran un acercamiento más sistemático.

Lo que sigue a continuación muestra el proceso de representación logrado por los estudiantes. El primer tipo de representación es oral, de esa forma el estudiante que trata de resolver el problema, lo que en realidad consigue es entenderlo. Por ejemplo, dicen: "pasan los dos niños, se devuelve uno, pasa un niño con un cazador… no, la canoa se puede voltear por tanto peso", o "no está permitido". Es decir, durante la verbalización se dan cuenta que están incumpliendo una condición y la corrigen, hasta que finalmente logran entender bien en que consiste el problema y las condiciones que hay que cumplir.

Después, por la dificultad al resolver el problema exclusivamente desde lo oral, pasan a la representación gráfica del problema. Consiste en hacer dibujos referentes a la situación, recreando el ambiente general en que transcurre la situación problemática. Una diferencia entre la representación gráfica de la versión anterior del problema, y la actual es que tratan de mostrar las acciones y movimientos desarrollados (ver dibujos). Para algunos estudiantes, que en realidad son pocos, con esta representación es suficiente para resolver el problema.

Elvano Taniuka

La mayoría de los estudiantes se confunden al tratar de llevar todas las acciones a la representación gráfica, por ello prueban representando los personajes del juego con objetos físicos. En este nuevo modo de representación el estudiante descubre que puede manipular mejor las acciones o los movimientos de los personajes del problema. Van describiendo los movimientos y contando verbalmente, van evaluando si los movimientos son válidos o no. Por lo general, esto les permite a la mayoría resolver el problema y lograr la participación del grupo en la validación del trabajo del estudiante que expone.

Lo que viene en seguida es una evidencia del nivel de sistematización de algunos estudiantes. En sus representaciones graficas ellos dejan huellas claras del conteo que van realizando durante la solución del problema. Esa forma de organizar la información se denomina representación gráfica sistemática. En este caso, un estudiante va anotando en el dibujo la cantidad de desplazamientos por medio de líneas, otro estudiante se abstrae del dibujo y cuenta los movimientos también con rayas líneas, pero de manera más organizada.

Johana Yukuna

Sadit Yukuna

Representación práctica dramatizada: Este es un momento muy importante de la representación. Es la forma real de verificación de las soluciones encontradas. Los niños se organizan y deciden quién va a ser el cazador, quiénes van a ser niños, cuál es la canoa que se va a utilizar, inclusive consiguen trajes y equipos de cazador para que parezca real. En este momento captan que una representación gráfica abstracta se puede llevar a la realidad práctica. Ningún niño pone en duda este gran descubrimiento, que una idea escrita o graficada tiene aplicación en el mundo real, incluso hay niños que hacen control del procedimiento y van corroborando que se cumple en cada movimiento que se realiza en el río.

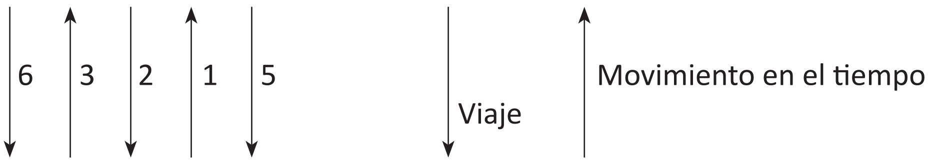
Otra nueva forma de representación encontrada que implica un avance respecto al problema anterior, es que algunos niños hacen representación oral comprensiva. Es decir, el estudiante ha llegado a tal compresión del problema que es capaz de reproducir todos los movimientos sin ningún apoyo gráfico o de instrumentos. Sin embargo, es necesario decir que esto lo lograron solamente dos estudiantes que están en el grado quinto y tienen edades entre los 12 y 13 años. A estos dos estudiantes se les pidió que describieran los movimientos que posibilitaban el paso de los cazadores. Lo lograron sin apoyo de imágenes. Se les preguntó que explicaran lo que sucedía en cada orilla para cada movimiento y podían explicarlo correctamente. Cuando el problema se realizaba con todo el grupo, ellos eran los primeros en darse cuenta si había un movimiento incorrecto.

Las exploraciones de los estudiantes

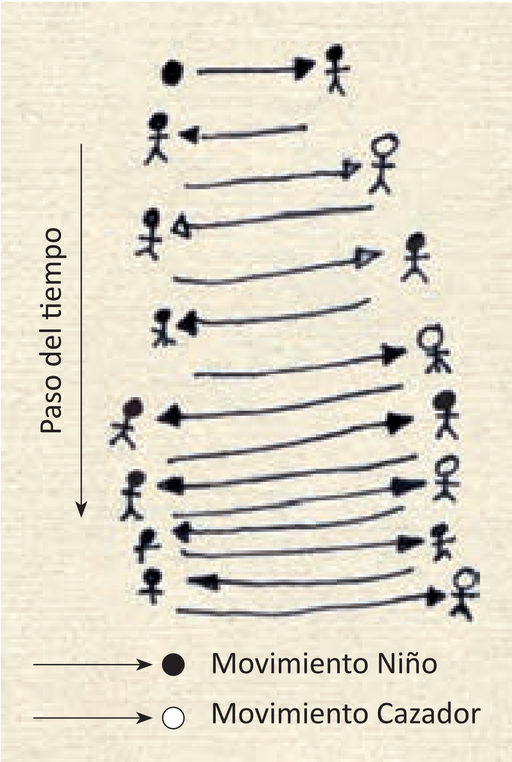
De acuerdo con las observaciones se evidencia que el proceso de exploración sigue siendo similar al proceso de exploración del problema anterior. Los estudiantes pasan de exploraciones en las que inventan y exploran alternativas que llevan a solución, hasta exploraciones por ensayo y error, fundadas en el recuerdo y la memoria. Se Incluyen, ¡claro está! otras formas que están a medio camino del proceso de exploración. Por ejemplo, en el primer tipo: los estudiantes dicen: se construye una balsa y se pasan todos los cazadores de una vez. También puede ser que los cazadores pasen de a dos, sin equipaje y los niños pasan con los equipajes después. En el caso de la exploración por recuerdo y memoria, el estudiante va distinguiendo los movimientos válidos de los no válidos y organiza un procedimiento para usar su memoria y consultarla posteriormente.

Con este problema hay que resaltar algo novedoso, un descubrimiento que permite explorar de manera diferente los problemas tal como se habían explorado hasta el momento. Estas formas de explorar permiten encontrar aspectos que antes no se habían observado y que gracias a esta forma particular y nueva de presentar se evidencian. Este es el tipo de exploración sistemática, la cual se caracteriza porque consiste en llevar un registro gráfico ordenado de los movimientos que se hacen. El hecho de anotar la acción como registro de un movimiento es un gran avance en el pensamiento del estudiante. Pero si además se llega a establecer una manera ordenada de hacer ese registro, el salto en el desarrollo del pensamiento es doble.

La primera muestra de exploración sistemática la realizó una niña, que trazó sobre el dibujo todas las líneas que conducen a la solución del problema. (ver último dibujo) Por medio de líneas orientadas (con punta) indica si el viaje es de ida o de regreso, hace el conteo de las líneas señalando con números que cada linera es un viaje y si éste es de ida o regreso. Lo interesante es que a pesar de que con ese dibujo una persona ajena pueda confundirse en el conteo de los viajes, la estudiante sí entiende y hace entender al grupo que esta forma de exploración es más efectiva para resolver un problema de manera gráfica. Además ella establece un orden de las acciones en el tiempo y una forma de representarlas como estados en el espacio. Lo que es confuso es que el tiempo representado en el espacio no se organiza totalmente de manera lineal, como se puede observar cuando pasa del viaje 3 al 6 y ubica al otro lado el 5.



El siguiente nivel más organizado de exploración sistemática lo propone otra niña. Ella no representa los viajes en el dibujo sino que establece una relación temporal entre los movimientos y el orden en que se deben dar (ver gráfico). La otra característica de esa representación es que a los niños los dibuja de negro y a los cazadores de cabeza blanca, de tal manera que al movilizarlos y colocarlos en la otra orilla ahorre trabajo en el dibujo, para volverse irrelevante para ella. De igual manera representa el viaje por medio de líneas orientadas, indicando si el viaje es de ida o de regreso. Esta representación, al trabajar prácticamente con símbolos facilita la manipulación gráfica y por lo tanto resuelve el problema sin utilizar objetos. El esquema de la representación pretende comunicar algo así:



Un estudiante hizo otro descubrimiento que genera un cambio fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático. Descubrió que el problema tiene unas regularidades, que una vez se encuentren, se puede predecir lo que sigue sin necesidad de realizar el procedimiento de manera completa. Esto es un logro formidable, pues en sus exploraciones el estudiante encuentra una parte de la solución y se da cuenta que de allí en adelante el proceso se repite. El esquema que se presenta a continuación evidencia lo que se quiere decir:

OBJETO	Pasan dos niños	Se queda un niño	Pasa un cazador	Pasan dos niños
Llegada	↓	↑	↓	↑
Partida				
	Regresa un niño		Regresa un niño	

Este proceso se repite

Ideas construidas por los estudiantes (las conjeturas)

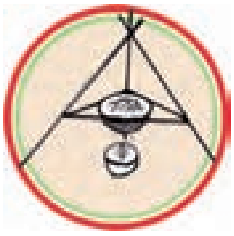
La primera conjetura tiene que ver con las exploraciones que adicionan elementos nuevos al problema, en este sentido surge la primera conjetura: existen soluciones prácticas que son posibles, pero en ciertas situaciones es mejor dejarlas como última opción. Por ejemplo, cuando se dice: “lo mejor es hacer una balsa”, los estudiantes consideran que es una idea posible, pero es lo último que harían si se cuenta con una canoa para pasar.

Segunda conjetura. Los posibles viajes en canoa sólo pueden: ser niño-niño, cazador y niño. Esta conjetura es un indicio del manejo elemental que tienen los estudiantes con respecto a las combinaciones que se pueden realizar entre varios objetos que al combinarse cumplen ciertas condiciones, sólo puede subirse un cazador a la canoa o dos niños.

Tercera conjetura. Para resolver el problema no se necesita que los cazadores hagan viajes de regreso en la canoa. Este descubrimiento planteado en forma de conjetura les permite mayor flexibilidad para explorar el problema, pues cuando se bloquean en una de las orillas posibilita que se regrese un cazador.

Cuarta conjetura. El problema puede ser resuelto sin necesidad de utilizar objetos físicos, basta con la representación gráfica. En este tipo de conjetura el estudiante entra en un nivel de abstracción tal que considera que manejando solamente esos símbolos se puede resolver el problema, caso de los tres estudiantes que hicieron representación gráfica sistemática.

Quinta conjetura. El problema tiene una regularidad y después de que se halle el proceso se repite. Esta es una de las conjeturas más sobresalientes, debido a que el estudiante encuentra una manera de resumir el procedimiento y ya no es tan importante memorizarlo, así se comprenda, puesto que con la regularidad encontrada este se puede deducir.



Soluciones propuestas por los estudiantes

Para el problema los estudiantes encontraron seis soluciones. Dos de las soluciones corresponden a intentos iniciales de resolver el problema, que de nuevo ilustran formas de razonamiento lógico práctico de los estudiantes, pero adicionan elementos ajenos. También hubo una solución donde los estudiantes movían objetos sobre los dibujos representativos del problema. Oralmente explicaban los movimientos que debían realizarse. Tres soluciones fueron representaciones gráficas sistemáticas que no utilizaban objetos físicos sino manipulación de símbolos. Para todas las soluciones se indicaron los procedimientos que decían paso a paso los viajes que deben hacerse para resolver el problema.

Primera solución:

- Cómo llevan los cazadores el equipaje.
- Entre el equipaje llevan hacha o machetes.
- Pueden tumbar varios árboles.
- Los amarran con bejucos.
- Construyen una balsa que soporta mucho peso.
- Así pueden pasar todos los cazadores.

Esta solución a pesar de ser posible, a los estudiantes no les pareció buena idea, poco practica y se acepta pero como una opción última.

Segunda solución:

- Se desnudan los cazadores y dejan sus equipajes.
- Suponen que el equipaje reduce el peso del cazador a la mitad.
- Entonces se embarcan los dos niños.
- Regresa uno.
- Viajan todos los cazadores (como están sin equipaje no hay problema).
- Regresa un niño.
- Un niño lleva el equipaje y la ropa de los cazadores

Esta solución fue puesta en duda por los estudiantes por considerar que los equipajes y la ropa no les quita suficiente peso como para que los cuatro cazadores puedan subirse a la canoa.

Tercera solución:

Esta es una solución a la que llegan la mayoría de estudiantes que consiste en memorizar un procedimiento que fueron construyendo por ensayo y error. Pero necesitan mostrar los movimientos sobre el dibujo, utilizando objetos que representen a los personajes e ir verbalizando y describiendo lo que sucede en cada orilla. La dificultad de esta solución es que con frecuencia se confunden cuando cuentan el número de viajes, también pueden equivocarse fácilmente cuando realizan el procedimiento.

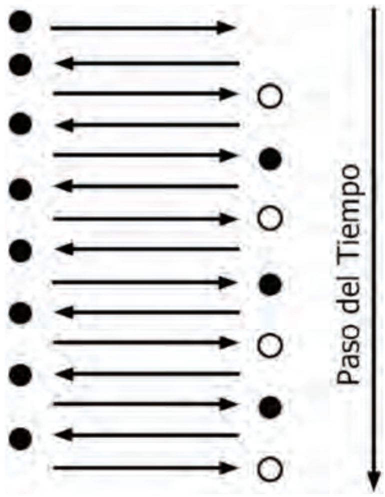
- Se van los dos niños.
- Regresa uno.
- Se va un cazador.
- Regresa un niño.
- Se van los dos niños.
- Regresa uno.
- Se va un cazador.
- Regresa un niño.
- Se van los dos niños.
- Regresa uno.
- Se va un cazador.
- Regresa un niño.
- Se van los dos niños.
- Regresa uno.
- Se va un cazador

Si los estudiantes pasaran de memorizar a escribir ordenadamente los procedimientos podrían darse cuenta que hay un proceso repetitivo, es lo que se hace visible con las siguientes soluciones de manera gráfica.

Cuarta y quinta solución:

Para esta solución las estudiantes utilizan símbolos. Por ejemplo, el desplazamiento de la canoa lo hacen utilizando flechas orientadas, especificando si es de ida o de regreso. Llevan cuenta de cada viaje, enumerándolo o creando una secuencia de los movimientos que se deben seguir. En esta solución hay indicios de que se encontró una regularidad que es utilizada por el estudiante de forma implícita. Esta regularidad no la expresa verbalmente como tal, pero si la aplica al solucionar el problema. Lo anterior se puede observar con uno de los gráficos de la estudiante.

Esta es una copia de la solución dada por la estudiante. Se observa que la orilla izquierda es la orilla de partida y la derecha la de llegada. La solución consiste en una representación gráfica que no necesita ser verbalizada para que se entienda el procedimiento que se sigue. Es evidente una regularidad en el procedimiento, la cual empieza a ser visible desde el sexto movimiento.



→ ● Movimiento Niño

→ ○ Movimiento Cazador

Sexta solución:

Como se anotó esta solución es la que más representa el nivel de desarrollo matemático alcanzado por los estudiantes para este problema. En ella surge de manera consciente por parte del estudiante el uso de la regularidad. Nuevamente, vale la pena resaltar que con la regularidad el proceso se repite hasta lograr pasar los cuatro cazadores. El estudiante afirma: de este paso en adelante se vuelve a hacer lo mismo, es simplemente repetir. Se requiere hacer solamente cuatro movimientos para ver que la solución del problema se hace repitiendo el procedimiento. La solución verbalizada se expresa así:

- Pasan dos niños y se queda uno.
- Regresa un niño.
- Pasa un cazador.
- Se regresa un niño.

La secuencia se repite de la misma manera tres veces, hasta completar el paso de los cazadores.

OBJETO	Pasan dos niños	Se queda un niño	Pasa un cazador	Pasan dos niños
Llegada	↓	↑	↓	↑
Partida				
	Regresa un niño		Regresa un niño	

Este proceso se repite

Argumentación de las soluciones

Para resolver este problema se puede decir que se presentaron tres tipos de argumentación: 1) basada en verificar un procedimiento a través de observación y verbalización de las acciones, apoyadas en una representación gráfica que combina dibujos y objetos. Se considera válida porque no rompe ninguna condición del problema, es la tercera solución. 2) basada en representaciones gráficas abstractas, no implica objetos físicos. La sola manipulación de los símbolos es suficiente para mostrar la validez del procedimiento. Se construye una secuencia que evidencia la lógica explicativa del procedimiento de solución. Es el caso de las soluciones 4 y 5, apoyadas en la cuarta conjetura. 3) retoma lo anterior pero es más formal en los argumentos lógicos o explicaciones abstractas. El elemento nuevo es que descubre una regularidad que permite visibilizar el orden oculto. El orden se resume en una regla que representa la repetición de una secuencia completa de movimientos y que se puede verificar de manera gráfica y verbal.

El proceso para llegar a ese nivel de abstracción pasó por varios momentos, igual que en el primer problema: 1) la verificación gráfica apoyada con objetos; 2) la demostración gráfica sistemática del procedimiento y 3) la demostración de la representación sistemática con regularidad. Todas las demostraciones fueron verificadas en la dramatización del problema, donde se constata que los procedimientos son válidos. Una diferencia significativa con el anterior problema, es que se llegó a un nivel de abstracción en la representación, al que no se pudo llegar en el anterior problema. Además, en algunos casos, los argumentos para demostrar la solución fueron abstractos, no se necesitó de demostraciones físicas para convencer (al final se hicieron pero como una actividad lúdica).

ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA

A nivel cognitivo

En todos los casos, el objetivo para la resolución del problema consistió en construir un procedimiento que permitiera pasar todos los cazadores a la otra orilla. El procedimiento se logró construir de varias maneras: bien sea desde la presentación de acciones representadas por los estudiantes por medio de gráficos, objetos y verbalización; bien por representaciones gráficas abstractas; o bien por representaciones gráficas que resumen regularidades. En todos los casos el procedimiento cumplió con el objetivo de resolver el problema.

La mayoría de estudiantes se quedó en un nivel de representación del problema que combinó dibujo, objetos y verbalización de las acciones, no lograron pasar al nivel de representación simbólica para la solución. Dos niñas lograron llegar a un nivel de representación en el que se apartan de los objetos físicos y la verbalización. En esa representación es evidente que el procedimiento construido se puede comprender únicamente siguiendo la secuencia simbólica. Sólo una de los estudiantes llegó a un nivel de representación en donde se explicita una regularidad y se construye la regla general correspondiente.

En el caso de los estudiantes que no alcanzan niveles gráficos sistemáticos ni simbólicos, no significa que no los puedan aprender, solo que por iniciativa propia no llegan hasta allá. Lo que demuestran las socializaciones y el trabajo de operatoria matemática es que una vez se evidencie la solución, ellos si logran comprenderla y manejarla.

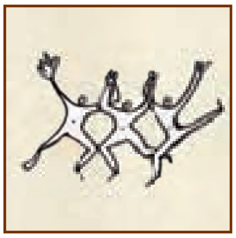
Para algunos estudiantes las demostraciones prácticas siguen siendo importantes, con ellas verifican el desarrollo del problema, mientras los que lograron mayor abstracción consideran que su explicación, lógica y gráfica, es suficiente para validar el problema. En la regla encontrada por la estudiante aparece un concepto que es necesario explorar matemática y pedagógicamente con más atención. Es el concepto de repetición. Cuando el estudiante dice: se repite de la misma manera, descubre un proceso que en matemáticas se utiliza con mucha frecuencia en la solución de problemas.

A nivel actitudinal

En este problema se observó que durante la solución del problema los estudiantes mostraron mayor disposición. Esto se puede ver fácilmente ya que ellos encontraron seis soluciones diferentes del problema. Esto es una medida de su grado de interés. Además el nivel de análisis mejoró, pues lograron pasar del nivel material del problema al nivel abstracto. Lo anterior es una muestra de la atención que le pusieron al problema, pues captar una regularidad implica para el estudiante poner en juego toda su disposición creativa.

También se observó mayor participación y trabajo en grupo. En un momento se organizaron en dos grupos, todos socializaron lo que habían descubierto y avanzado en el problema. Se observó el deseo de escuchar y aprender del compañero, de querer mostrar lo que sabían, este momento colectivo de construcción de conocimiento incrementó la participación de los estudiantes. Incluso aquellos que estuvieron retraídos en el anterior problema, durante la solución del segundo se expresaron con mayor confianza y mostraron sus resultados.

La dramatización fue un momento emocionante para la mayoría de estudiantes, se organizaron para decidir quiénes representaban a quién, se esmeraron en disfrazarse, elaboraron escopetas, flechas y catarijanos. Se observaron estudiantes repasando el procedimiento para no equivocarse durante la presentación. Entre ellos mismos se corregían y de manera pícara hacían equivocar al compañero para corregirlo durante el procedimiento.



A nivel de la dinámica escolar

El profesor siempre estuvo pensando que su relación con el grupo no debía caer en ninguno de los dos extremos perjudiciales para la formación del estudiante. No asumió una actitud autoritaria, ni tampoco una actitud permisiva, mantuvo el carácter para asumir con criterio y responsabilidad la clase, le preocupaba que los niños estuvieran interesados en el problema. Se acercaba permanentemente para preguntarles cómo iban, para que entre ellos se apoyaran y compartieran los avances logrados en el problema.

Su estrategia pedagógica consistió en plantearles el problema y cerciorarse de que todos lo habían entendido. Para ello preguntaba para que los estudiantes reconstruyeran el problema y observaba si lo interpretaban apropiadamente. Les recordaba que para resolver un problema lo primero y más importante es comprenderlo. Una vez entendido el problema dejaba que lo resolvieran de manera individual, mientras él hacía una ronda y podía determinar que había logrado cada uno.

Después les solicitaba atención para iniciar la socialización de los avances del trabajo, se expresaban ideas y algunas de ellas se recogían. Les proponía que con los primeros dibujos y las representaciones logrados trabajaran en grupo para que compartieran ideas y construyeran soluciones conjuntas. Una vez trabajaron por grupos (aunque algunos continuaron trabajando individualmente), nuevamente hubo otro momento de socialización para que todos expusieran las soluciones encontradas. En las presentaciones se valoraban las soluciones y los avances logrados y se identificaba la fortaleza y debilidad de cada solución.

Una vez el docente consideraba que los estudiantes ya habían abordado y explorado el problema suficientemente, se debía pasar a la dramatización del problema. Este fue un momento que combinó planeación, actuación, trabajo manual y aplicación de un procedimiento, y en donde el docente se daba cuenta que los estudiantes disfrutaban mucho, porque consideraban que era una manera lúdica y divertida de demostrar lo que habían conseguido.

Finalmente el docente les explicó que estos problemas de lógica también tienen maneras de ser abordados con ayuda de números y llegan a usar operaciones matemáticas. Les planteaba una serie de problemas de lógica donde era necesario encontrar regularidades y reglas, como en las operaciones. Esta parte del trabajo se va a ilustrar en parte en sugerencias para la sistematización.

APORTES DE LA SISTEMATIZACIÓN

Además de las sugerencias al primer problema, se consideró que el proyecto debe mejorar en los siguientes aspectos:

- Lograr que el problema lógico este articulado con la parte numérica.
- El docente llevar la clase preparada y analizada para poder acompañar mejor el proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- Articular el problema con otros campos de conocimiento y sectores de trabajo de la organización.
- Llevar el material pertinente y suficiente para lograr que los estudiantes tengan mejores maneras de abordar el problema.
- Lograr la participación y reconocimiento del trabajo de todos los estudiantes y hacerlo público.

Ideas para la operatoria matemática

1) ¿Cuál es el número mínimo de viajes que hay que realizar para llevar 1, 2, 3, 4, 5,…, 10,…,100, … o un número cualquiera de cazadores?
Para realizar este problema complete la siguiente tabla.

Número de cazadores	Número de viajes
1	3
2	
3	
4	15
5	
8	31
C	V

2) Si el niño cobra por viaje $500 ¿Cuánto cuesta pasar 1, 2, 3, 4, 5, … 10 cazadores?

3) Si el tiempo que demora un solo niño en pasar a la otra orilla es de 6 minutos, ¿cuánto tiempo demora en pasar a 1, 2, 3, 4, 5, … 10 cazadores? Debe tener presente que el tiempo que se demoran los dos niños en pasar a una de las orilla debe ser menor que cuando lo realiza un niño solo.

4) Si el peso total por cazador, incluyendo el equipaje es de 75 kilos, y se sabe que el peso del equipaje equivale a la tercera parte del peso total, ¿cuánto pesan todos los cazadores sin contar el equipaje? ¿Cuándo son 1, 2, 3, 5, … 10 cazadores?

5) Si el niño cobra por kilo de peso $50, ¿cuánto gana al pasar a 10 cazadores con sus equipajes? ¿Cuánto gana al pasar los cazadores sin el equipaje? ¿Cuánto ganan al pasar solamente los equipajes?

Solución al primer problema de operatoria

La solución del problema se realiza por medio de un diálogo entre el docente y los estudiantes. Durante el dialogo con los estudiantes el docente pretende que ellos por si mismos vayan descubriendo la solución del problema. Valora las buenas ideas de los estudiantes y las pone a prueba, igualmente lo hace con las ideas que no permiten la solución, identifica la falla del razonamiento para que los estudiantes sean conscientes de los caminos que no conducen al objetivo. En el siguiente dialogo P es el profesor y E el estudiante.

P: Bueno mis queridos estudiantes, vamos a resolver el problema del número de viajes que se necesitan para cruzar a los cazadores a la otra orilla. Qué creen ustedes que podemos hacer?

E1: Contar el número de viajes, y se cuenta mientras resolvemos el problema.

E2: Apliquemos la representación de Gabriel que es la más fácil.

P: Me parece muy buena idea. Pero empecemos con un solo cazador. Además, para llevar la cuenta especifiquemos el número de niños y el número de cazadores en cada orilla. Se retoma la solución de Gabriel:

OBJETO	Pasan dos niños	Se queda un niño	Pasa un cazador	Pasan dos niños
Llegada				
Partida				
	Regresa un niño		Regresa un niño	

Este proceso se repite

P: Es una buena la idea para empezar, pero hagamos algunas modificaciones para poder llevar la cuenta de lo que pasa en cada orilla.
E: Cómo se puede hacer eso?
P: Así:

El profesor presenta la modificación de la solución de Gabriel para un solo cazador. La letra C son los cazadores y la letra N son los niños.

Caso: 2 niños y un cazador
Pasos:

- Pasan dos niños
- Se regresa un niño
- Pasa un cazador

El número de viajes es 3

Caso		Cantidad		
C		0	0	1
N		2	1	1
Llegada Partida		↑	↓	↑
N	2	0	1	1
C	1	1	1	0

E: Esto funcionó para uno, pero ¿si funcionará para dos?
P: Se construye el mismo modelo de tabla, pero para dos cazadores.

Caso: 2 niños y 2 cazadores
Pasos:

- Pasan dos niños
- Regresa un niño
- Pasa un cazador
- Regresa un niño
- Se repite entre el paso uno y el tres

El número de viajes es 7

Caso		Cantidad						
C		0	0	1	1	1	1	2
N		2	1	1	0	2	1	1
Llegada Partida		↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑
N	2	0	1	1	2	0	1	1
C	2	2	2	1	1	1	1	0

E: Veo que se hace lo mismo para tres cazadores, déjeme hacer la tabla.

Caso		Cantidad										
C		0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3
N		2	1	1	0	2	1	1	0	2	1	1
Llegada Partida		↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑
N	2	0	1	1	2	0	1	1	2	0	1	1
C	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	0

Caso: 2 niños y 3 cazadores
El número de viajes es 11

P: hagamos el último y veamos si encontramos alguna regularidad.

Caso		Cantidad														
C		0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4
N		2	1	1	0	2	1	1	0	2	1	1	0	2	1	1
Llegada Partida		↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑
N	2	0	1	1	2	0	1	1	2	0	1	1	2	0	1	1
C	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	0

Caso: 2 niños y 4 cazadores
El número de viajes es 15

P: Organicemos estos datos en la tabla.
Qué número de viajes será necesario para cruzar cinco cazadores?

E: Umm, se quedan pensando. Unos dicen "17", otros "24", otro dice "ya lo tengo! es 19 porque los números van de cuatro en cuatro".

P: Cómo hacemos para hallar para 10 cazadores?

Número de cazadores	Número de viajes
1	3
2	7
3	11
4	15
5	?
8	31
C	V

E: Si van de cuatro en cuatro es porque debe ser la tabla del cuatro.

P: Probemos para ver cómo nos va con la tabla del cuatro.

E: Emocionados gritan:

4 x 1 = 4	4 x 6 = 24
4 x 2 = 8	4 x 7 = 28
4 x 3 =12	4 x 8 = 32
4 x 4 =16	4 x 9 = 36
4 x 5 = 20	4 x 10 = 40

P: Vamos a comprobar si son 40 viajes, para esto vamos a colocar al frente de las soluciones la tabla del cuatro.

Número de cazadores	Número de viajes	Tabla del cuatro
1	3	4 = 4 x 1
2	7	8 = 4 x 2
3	11	12= 4 x 3
4	15	16= 4 x 4
5	19	20= 4 x 5
6	23	24= 4 x 6
7	27	28= 4 x 7
8	31	32= 4 x 8
9	35	36= 4 x 9
10	39	40 = 4 x 10
C	V	V = 4 x C

P: ¿Qué observación interesante se puede entre el número de viajes y la tabla del cuatro?

E: Que el número de viajes en orden es igual a la tabla del cuatro menos uno.

P: Apliquemos esa regla en la tabla donde estamos organizando los datos de los cazadores y los viajes.

Número de cazadores	Número de viajes
1	3 = 4 x 1 - 1
2	7 = 4 x 2 - 1
3	11 = 4 x 3 - 1
4	15 = 4 x 4 - 1
5	19 = 4 x 5 - 1
6	23 = 4 x 6 - 1
7	27 = 4 x 7 - 1
8	31 = 4 x 8 - 1
9	35 = 4 x 9 - 1
10	39 = 4 x 10 - 1
C	V = 4 x c - 1

E: Si c es el número de cazadores, v el número de viajes y x el signo de multiplicación, entonces se puede escribir la regla como una fórmula:

v = 4 x c - 1

P: Bueno queridos estudiantes, hemos logrado resolver el primer problema, ánimo para los otros.

Abstracciones Geométricas
Estabilidad de la canoa

Ficha técnica
Número de estudiantes: 10
Grados escolares: 3º, 4º y 5° grado de primaria
Edades: 8 a 13 años
Profesores: Wilfredo Yukuna y Benedicto Tanimuka
Sesiones de trabajo: 3 de cinco horas cada una
Núcleo temático: Etnomatemáticas
Eje temático: Geometría
Proyecto: Geometría de una canoa estable

¿Qué figuras geométricas son las que más influyen en la estabilidad de una canoa?

CONOCIMIENTOS PREVIOS DE LOS ESTUDIANTES

Los conocimientos previos de los estudiantes en relación con este tema se averiguaron durante dos momentos del proyecto: uno referido al procedimiento de construcción de la canoa, y el otro referido a las formas geométricas de la canoa y a las condiciones de estabilidad de ésta. En el primero, el docente hacía preguntas abiertas para que los estudiantes evocaran lo que sabían sobre los procedimientos. En el segundo, se les pidió que dibujaran la canoa para que identificaran y definieran aquellas formas geométricas características y que hicieran explicitas las partes que influyen su estabilidad.

Primer momento de los conocimientos previos

Durante el establecimiento de los conocimientos previos, en la primera parte, se estableció un dialogo entre el docente y los estudiantes como consecuencia de la preguntas que se iban planteando. En el dialogo la P es el profesor y la E es el estudiante.

P: Vamos a estudiar la geometría de la canoa y averiguar qué es lo que permite que una canoa sea estable.

E: Profe, ¿qué quiere decir "estable?"

P: El docente balancea su cuerpo para responder, después extiende los brazos horizontalmente y nuevamente balancea el cuerpo hacia los lados. Dice: estable es lo que se conoce cuando una canoa no es celosa. Si con solo tocarla se va rápidamente hacia los lados, pierde el control y el equilibrio entonces no es estable.

P: De pronto las niñas no vayan a participar mucho en este proyecto, pues las canoas prácticamente son uno oficio para los hombres. Les pregunta a los niños: ¿qué saben sobre la construcción de canoas?

E: Varios estudiantes respondieron lo siguiente:

- Se saca de un palo grande y con un machete le van dando forma.
- Pero primero hay que tumbar el palo.
- Tumbar, labrar, marcar, bajar mesa, arreglar adentro (escarbar), construir la proa, poner la popa (espejo), después quemarlo, y jalarlo (echar al agua).
- Otro, los mismos pasos que el anterior.
- Tumbar, labrar los lados, hacer los planos para escarbar, abrir, hacer el banco, la falca (tabla para anclarlo), la curva, el guardaola, la popa, la proa, embrear (calafatear) y jalarla.

P: Niñas que saben sobre la construcción de canoas.

E: (niñas) lo mismo que ellos.

P: Es muy bueno lo que ustedes saben pero es importante investigar para profundizar.
Cuando se tumba un palo es necesario por ejemplo saber cuál puede ser el largo y el ancho de la canoa, y la calidad de la madera.

E: Una buena es el aguacatillo.

P: ¿Cómo se identifica la madera buena? Es posible pasar por el lado y no darse cuenta que es buena madera. Por eso lo primero es identificar el palo.

P: Ustedes dieron pasos generales para la construcción de la canoa, vamos a retomarlos, identificar otros y establecer detalles de la construcción. El siguiente podría ser un procedimiento más completo:

PASOS IDENTIFICADOS POR LOS ESTUDIANTES	DETALLES DE LA CONSTRUCCIÓN DE LA CANOA	PASOS PROPUESTOS POR EL PROFESOR
El aguacatillo	Conocer la calidad de las maderas.	Conocer la madera
		Buscar el palo e identificarlo
Tumbar el palo	Alejandro Román, experto canoero del Mirití dice: cuando se va a tumbar palo, se debe calcular el largo del palo y debajo de la parte donde va a caer se dejan otros palos, para poderlo mover, o de lo contrario el palo cuando caiga se entierra.	Tumbar el palo
Bajar mesa, marcar, hacer los planos	Se debe buscar el lado adecuado de la madera, el mejor lado para cortar por ese lado la mesa.	Tirada de la mesa
	Bajadita es la altura de la canoa y los lados el largo de la canoa.	Medir la bajadita y los lados
		Se vuelve a medir para saber cuánto hay que dejar para la proa y la popa.
Labrar los lados	Quitar la carnaza de los lados.	Se limpian los lados
Arreglar dentro (escarbar)	Es medio escarbada, no se deja tan pulido.	Primera escarbada
	Adentro está como si estuviera recién tumbado.	Se voltea el palo
	Aquí hay más técnica, debe quedar mejor pulido.	Nuevamente se tira mesa a ese lado y se mide.
Por lo general son tres, pero algunos trazan solamente una.		Se trazan las líneas de estabilización de la canoa.
Esto se mide por dedos, pulgadas o centímetros. Para esto hay que broquear (abrir huecos).		Se establece el grosor de la canoa.
Por el lado de la primera tirada de mesa.		Se voltea nuevamente la canoa.

En la escarbada se pule hasta llegar al nivel de los huecos, esto establece el grosor de la canoa.		Se pule la primera escarbada
		Se arma el andamio o pasera para la quemada.
		Se hace la tijera.
Hay que botar el carbón de la canoa.		Se quema la canoa y se abre.
Rellenar los huecos dejados por la broca cuando se estableció el grosor.		Se ensamblan los huecos dejados por la broca.
Aquí aparece un condicional, si se da tal condición se hace una acción, sino se da, se hace otra cosa.		Si la canoa quedó bien se hacen la proa y la popa.
El estudiante no establece esa condición.		Si no quedó bien toca embrearlo.
		Se echa al agua.
Los estudiantes identifican detalles que el profesor pasó por alto.		
Los estudiantes identifican detalles que el profesor pasó por alto.		

Si se hace la comparación entre el procedimiento propuesto por el docente y el procedimiento dado por los estudiantes se puede ver que los estudiantes saben:

- Los pasos fundamentales en la construcción de la canoa.
- La importancia práctica de cada paso.
- Describen una parte importante en la construcción de la canoa, lo que tiene que ver con los trazos y los planos para determinar las dimensiones de la canoa, pero no lo explicitan para qué se hacen.

- En la secuencia o procedimiento de construcción tienen claridad sobre el orden de los pasos de manera global, es decir saben el paso inicial, el final y los pasos intermedios más importantes.

- Dan detalles de la construcción de la canoa que son pasados por alto por el docente, como: el guarda olas, la curva, los bancos, la falca, etc.

- En la elaboración del procedimiento se establece una secuencia lineal, no se evidencia el uso de condicionales como si lo hace el docente: si la canoa está bien hecha, entonces se echa al agua. Si no quedó bien hecha, entonces se embrea. Las condiciones definen la secuencia de acciones, si se cumple o no una entonces se debe hacer tal, incluso las alternativas a considerar pueden ser excluyentes.

- Hacen las descripciones del proceso de manera cualitativa, no especifican cantidades, ni medidas que se deben tomar, sólo hablan de trazos y de planos sin detallar.

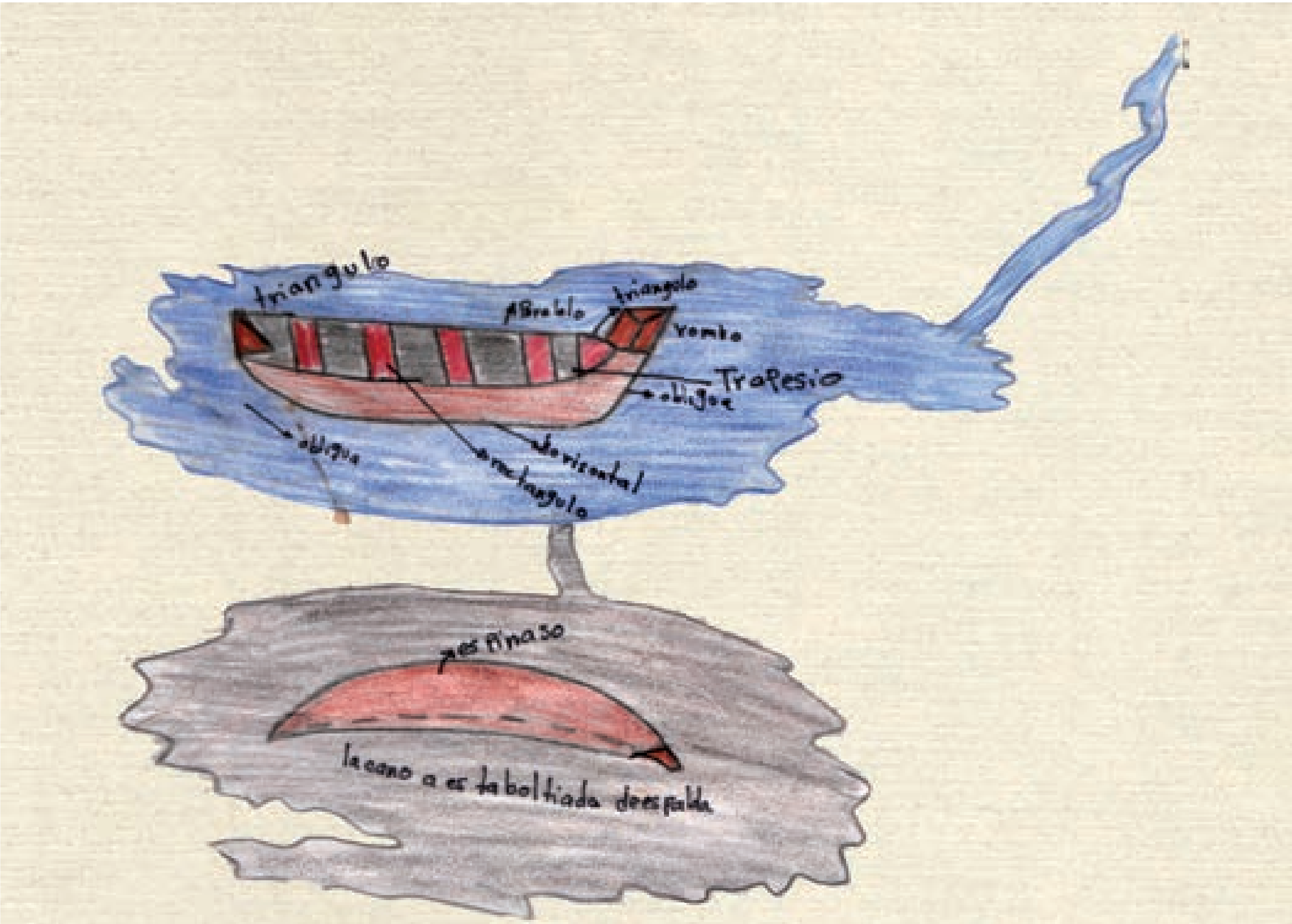
- No propusieron definiciones ni clasificaciones de las formas o figuras de acuerdo al conocimiento del trabajo técnico propio de su cultura. Quizás las referencias geométricas se limitaron a las definiciones y clasificaciones disponibles en el curso desde el español.

Este cuadro comparativo es una manera efectiva de establecer los conocimientos previos, porque establece lo que sabe el estudiante en relación con las competencias sociales para su edad, sobre un tema o un problema. Con respecto a esos niveles de conocimiento se establece qué necesita llegar a saber para alcanzar los resultados concretos.

Segundo momento de los conocimientos previos

Para esta parte de los conocimientos previos, se realizó una actividad en la que los estudiantes dibujaron una canoa y respondieron a las siguientes preguntas: ¿qué figuras geométricas aparecen en la canoa y en qué parte se ubican? y, ¿qué partes son importantes para mantener la estabilidad de la canoa? Para esa actividad se le propuso a los estudiantes que trabajaran individualmente y en silencio, así se podría establecer qué sabía cada uno sobre el tema. Sin embargo, mientras dibujaban y reflexionaban dejaban oír en voz alta: "la curva", "el triángulo", "el rectángulo", "el banco", "polígonos", etc.

Los alumnos se acercaron al maestro mostrando sus dibujos y explicando lo que hacían. Estas son las cinco experiencias que se recogieron, algunas elaboradas individualmente y otras en grupo:



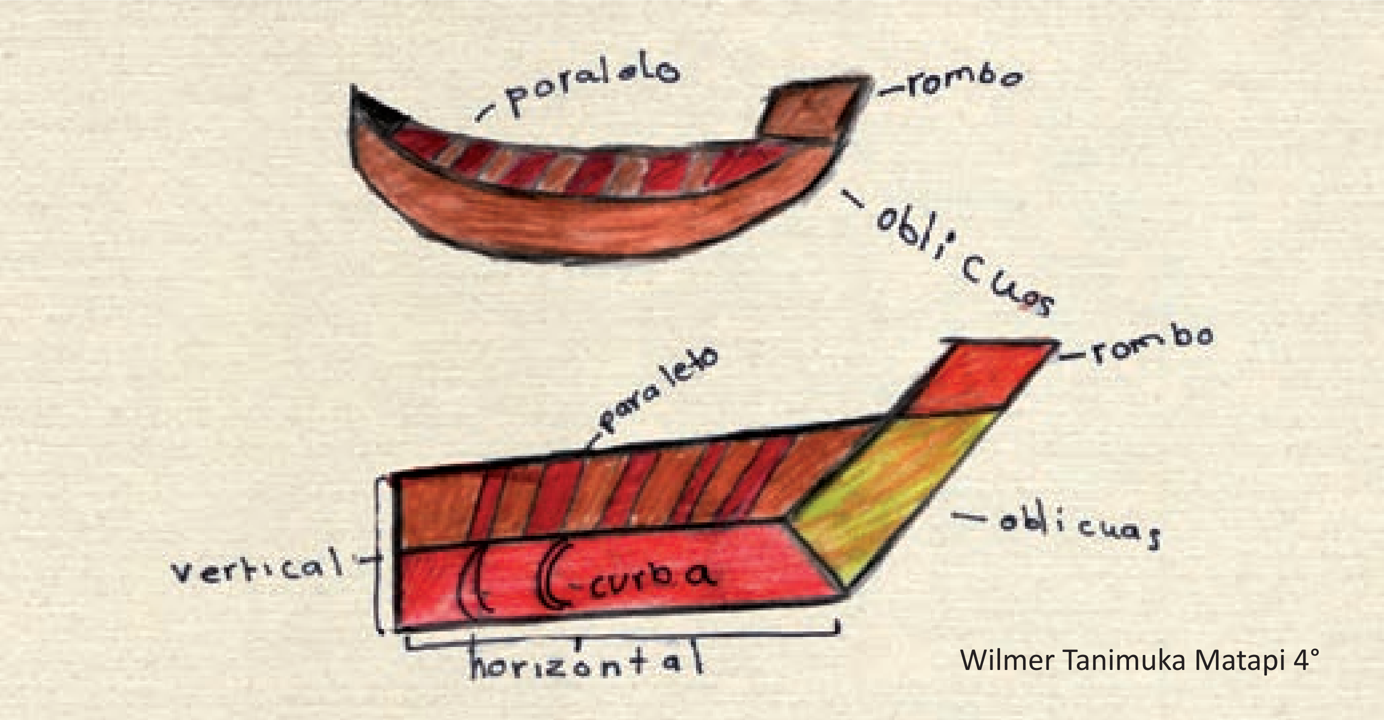
Gabriel Ovidio Yukuna 4°

Estudiante 1

Las figuras geométricas que identifica son:

- Triángulo
- Línea oblicua
- Rectángulo
- Línea horizontal
- Línea vertical

En cuanto a la estabilidad de la canoa respondió: debajo de la canoa se desbasta (raspa) hasta que no quede celosa. Se arregla a los lados para que no sea celosa.



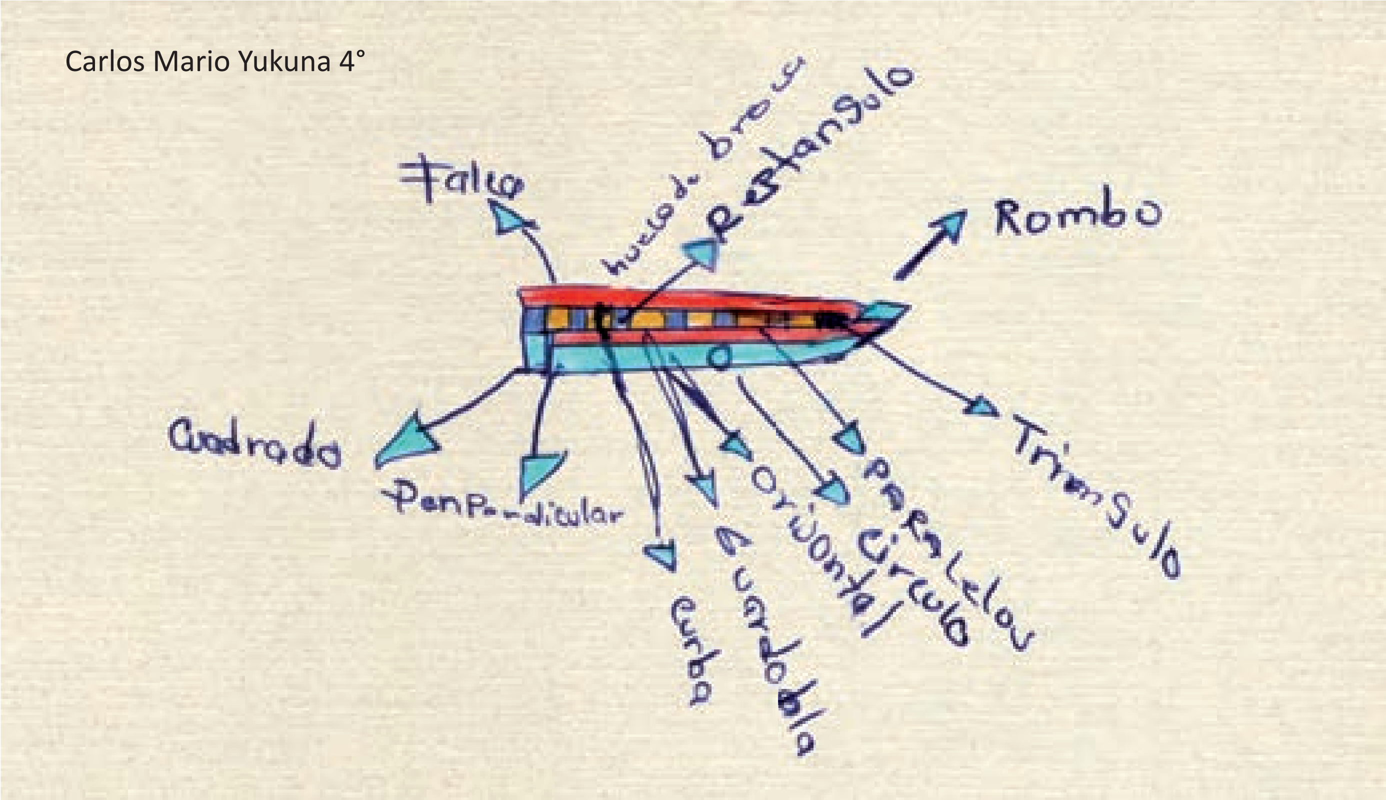
Wilmer Tanimuka Matapi 4°

Estudiante 2:

Las figuras geométricas que identificó son:

- Rombo
- Línea paralela
- Vertical
- Horizontal
- Oblicuas

En cuanto a la estabilidad de la canoa no respondió.



Carlos Mario Yukuna 4°

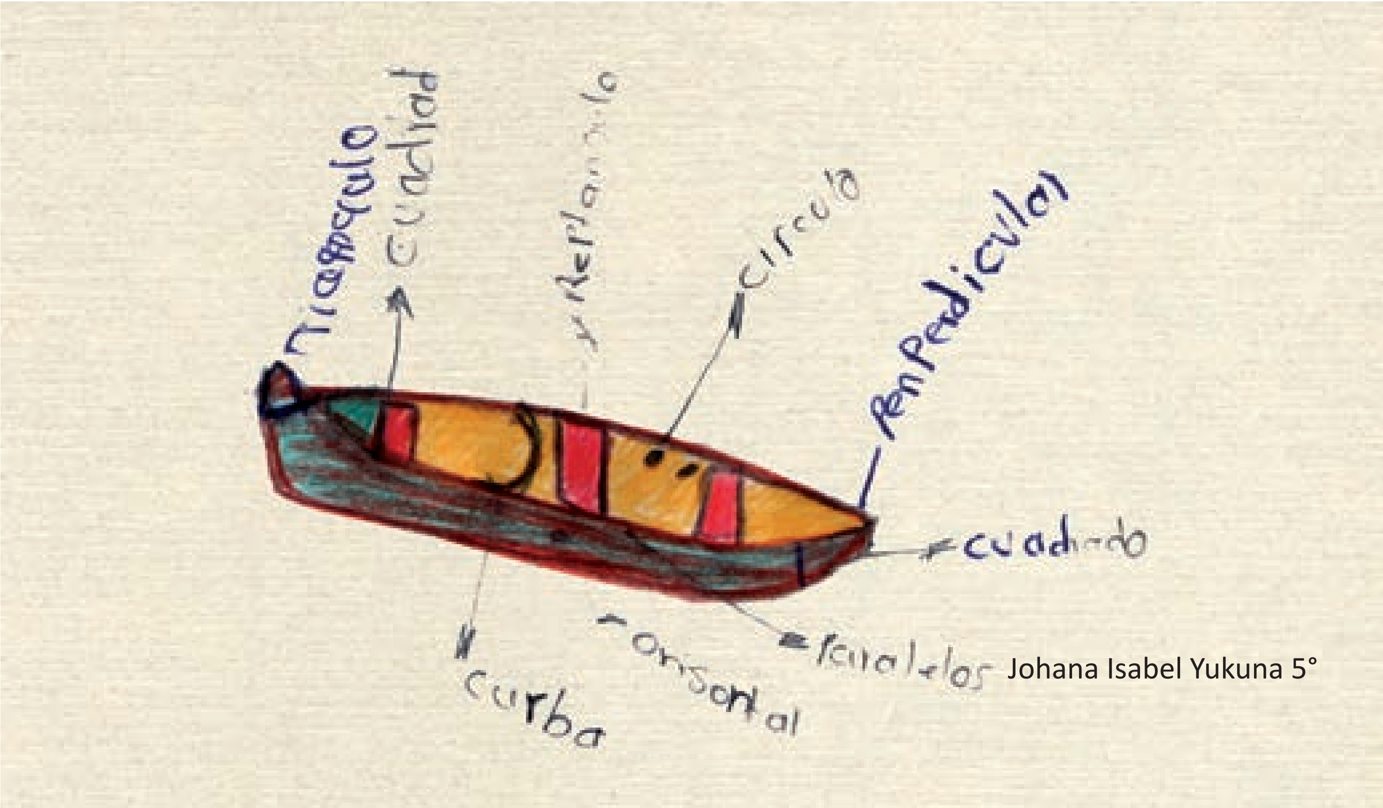
Estudiante 3:
Las figuras identificadas fueron:

- Triángulo
- Rectángulo
- Cuadrado
- Rombo
- Hueco de la broca
- Curva
- Paralela
- Horizontal

En cuanto a la estabilidad de la canoa respondió: que el espinazo sea ancho.

Estudiante 4:
Las figuras identificadas fueron las mismas que el anterior, pero adicionaron "líneas perpendiculares".

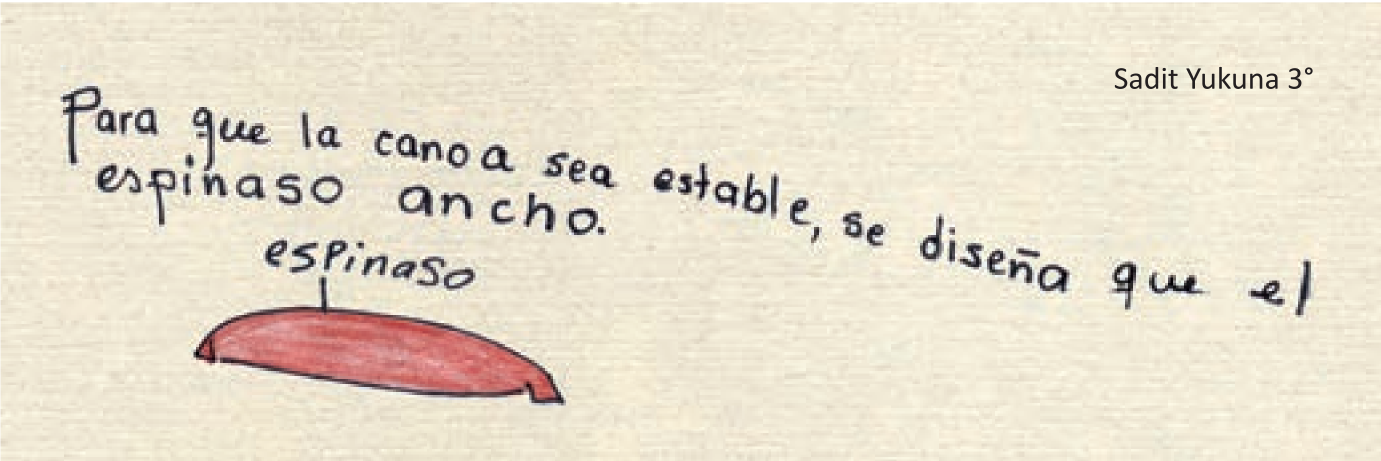
En cuanto a la estabilidad de la canoa respondió: se necesita que la barriga sea ancha y que tenga quilla.



Johana Isabel Yukuna 5°

Estudiante 5:
En las figuras geométricas identificadas, agregó la ubicación del "espinazo".

En cuanto a la estabilidad de la canoa respondió: Que el espinazo sea ancho.



Sadit Yukuna 3°

Respecto la identificación de los conocimientos previos de los estudiantes se puede establecer lo siguiente:

- Varios estudiantes nombran las figuras pero cuando las dibujan no aciertan en el nombre que les dan. Por ejemplo, hablan del triángulo y cuando lo muestran sobre el dibujo se refieren a un rombo.

- Nombran las figuras y las líneas de manera indistinta, es decir sin hacer diferencias entre unas y otras.

- Expresan todos los tipos de líneas fundamentales: horizontales, verticales, oblicuas, paralelas, perpendiculares, curvas. A algunas las ubican en el dibujo de manera adecuada: horizontales, verticales y oblicuas. No sucede lo mismo con las paralelas y menos las perpendiculares, que sólo nombran pero no logran ubicarlas en la figura de la canoa.

- Todas las figuras entran en la clasificación de cuadrados, rectángulos, triángulos, rombos, y círculos. No importa si la figura corresponde en realidad con ellas, basta que sea parecida para que en cualquiera de los casos la incluyan en la clasificación predeterminada. Por ejemplo, llaman triángulos a los trapecios si son estrechos en la base menor, y cuando las figuras son de base menor cercana a la mayor dicen que son rectángulos.

- Asocian las figuras con la función de ciertas piezas en el bote, por ejemplo: rectángulos para bancos, la base plana como "espinazo", el triángulo para la popa.

- Hacen correctamente la asociación entre figura-parte y parte-función en la canoa pero no lo hacen entre figura y nombre geométrico.

- Describen las figuras teniendo en cuenta la forma global pero no se detienen en los detalles ni en las propiedades. Es decir no establecen relaciones entre los lados, los ángulos, las alturas, según paralelismo, perpendicularidad, etc.

- Crean la perspectiva cuando dibujan a dos dimensiones un objeto tridimensional, pero la mayoría los hacen de manera global. Es decir se ve la apariencia de un objeto en tres dimensiones, pero en los detalles del objeto a la mayoría le cuesta trabajo dibujarlo con apariencia de tres dimensiones.

En relación con las causas geométricas de la estabilidad de la canoa, anotan varias cosas importantes que saben sobre la estabilidad de esta. Sin embargo en las explicaciones que dan, solamente se basan en lo que han escuchado de sus familiares, o en lo que creen porque aparentemente funciona. En concreto afirman:

- Debe rasparse por debajo y arreglarse a los lados.
- Que el espinazo sea ancho.
- Que sea de barriga ancha y que tenga quilla.

Lo que se puede ver es que tienen ideas intuitivas de que la estabilidad de la canoa tiene que ver con la parte de debajo de la canoa. Eso es evidente cuando afirman: raspado por abajo, espinazo ancho, barriga ancha. Pero todavía no establecen relaciones entre largo, ancho y altura de la canoa y la simetría de esta.

DESARROLLO DEL PROBLEMA

Lo primero que el docente planteó para abordar el camino hacia la comprensión del problema, fue realizar una visita a uno de los canoeros más experimentados de la comunidad. Antes de visitarlo los estudiantes escribieron el procedimiento en sus cuadernos, lo leyeron y escogieron a uno de los estudiantes para que lo presentara en la casa del canoero. Cuando el grupo llegó, el docente le explicó al canoero el objetivo del trabajo, y en qué querían que él les ayudara. Lo que sucedió allí, se muestra en un pequeño dialogo-entrevista, donde E es el estudiante, C es el canoero y P es el docente.

E: El estudiante seleccionado leyó el procedimiento en voz alta mientras el canoero iba aprobando con la respuesta tradicional "jū, jū, jū,..," a medida que presentaba cada punto del procedimiento.

Cuando el estudiante terminó de leer, el canoero dijo:

C: Está bueno, el trabajo siempre es duro, y muy importante saber seleccionar el tipo de madera, el laurel y el comino son buenos. Pero antes de ir a coger palo hay que saber que cada palo tiene su "dueño", por eso para trabajar hay que hacer prevención y defensa chamanística para poder trabajar tranquilo. Si no se hace esto de pronto los "dueños" fuetean. La calidad de la canoa depende de muchos factores.

P: ¿Qué cosas hay que tener en cuenta para que una canoa sea estable?
C: Depende del proceso de abertura y de la técnica.
P: Sé que la estabilidad tiene que ver con las líneas. ¿Cuántas líneas se requieren para que sea estable?
C: Las canoas de tres líneas son las más estables.
P: ¿Dónde se ubican las líneas?
C: En el centro de la canoa, en la parte plana detrás de la canoa y a lo largo. Esta línea es la que establece qué tanto se debe abrir la canoa, no se puede pasar de ahí.
P: ¿Qué tiene que ver el ancho de la canoa en la estabilidad?
C: Depende de cómo trabaje el canoero y de su técnica. Pero cuando la abertura se hace de más de un metro queda "cachetona". De menos de un metro será menos "cachetona". Entre más "cachetona" más estable, o como decimos menos celosa, pero entonces menos rápida.
E: ¿Por qué es bueno ser canoero?
C: Mi hermano Chini estuvo trabajando al lado mío desde pequeño, y hoy en día no le falta dinero y vive de eso.

Mientras el dialogo se realizaba con el canoero, las niñas estaban hablando con la mujer del canoero que estaba haciendo ollas de cerámica. Después de terminado el dialogo el grupo regresó al salón de clases.

Tipos de representación de los estudiantes

El docente dijo a los estudiantes que retomaran sus dibujos para compararlos con la canoa real. Había traído una para que la observaran detenidamente. La idea con esta actividad era revisar el dibujo en todos sus detalles y saber si habían pasado por alto algunas partes de la canoa. La primera observación de los estudiantes mostró que no habían colocado los círculos ni tampoco en la cantidad en que se encuentran en la canoa. Ellos son el resultado de la perforada o broqueada, que permite saber el grosor de la canoa. Incluso el mismo profesor quedó sorprendido porque no había tenido en cuenta este detalle.

Mientras los estudiantes describían las figuras, el docente pudo verificar más detalladamente lo que pensaba de los conocimientos previos de los estudiantes, en relación con las figuras que definían, los dibujos hechos por ellos y la manera de nombrarlas. Para poder confirmar mejor sus ideas les pidió: miren el dibujo desde la proa hasta la popa. Primero por arriba y describan qué figuras ven e identifiquen si les faltaron, después miren por los lados, luego por debajo y por último miren por dentro.

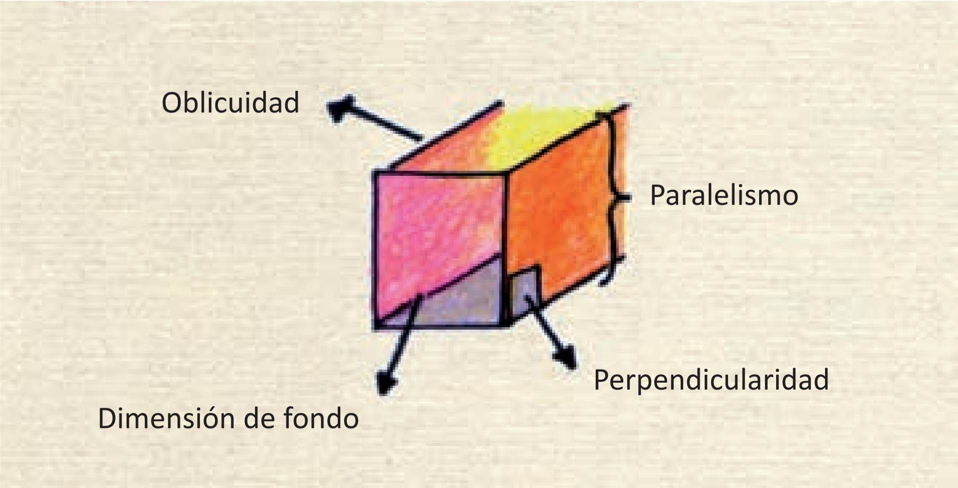
En las descripciones hechas por los estudiantes el docente se dio cuenta que en sus representaciones gráficas ellos pasan por alto muchos detalles de la canoa, pero no así en la descripción oral y visual, cuando la observan directamente. Se dio cuenta que le dicen al triangulo rombo, al trapecio cuadrado, al rectángulo cuadrado y al cuadrilátero pequeño rombo. Que tenían dificultades al dibujar un triángulo, un cuadrado, un rombo y un rectángulo, sobre todo cuando representan un objeto que está en el espacio, especialmente en los detalles.

La anterior observación permite en gran medida darse cuenta de los niveles de representación gráfica de los estudiantes.

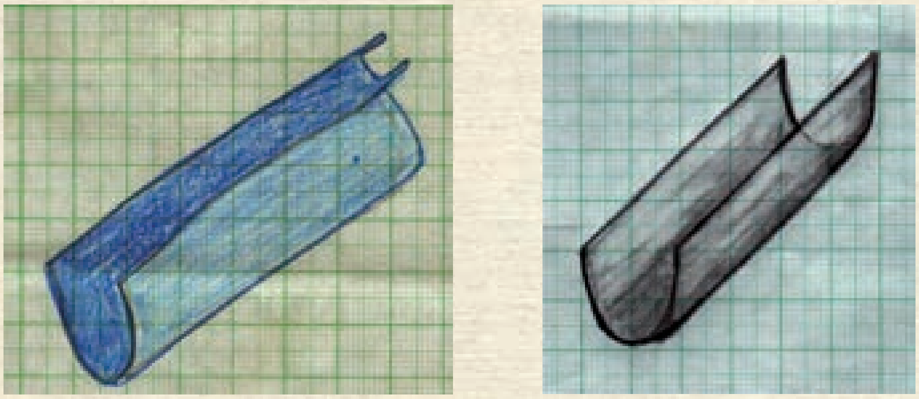
En la representación gráfica los estudiantes manifiestan conocimientos geométricos de percepción visual. En este tipo de representación se observan diferentes niveles de desarrollo geométrico. Hay estudiantes que al representar una canoa que esta en tres dimensiones no tienen en cuenta la dimensión de fondo (profundidad), y no la proyectan de ninguna forma en sus dibujos. En los dibujos no evidencian que se representa una canoa, se necesita de la explicación del estudiante para identificar de qué objeto se trata.

Otros estudiantes logran en su representación geométrica proyectar la dimensión del fondo en todo el conjunto de la canoa pero solamente de manera global, aun cuando logran crear la apariencia de que se está representando a un objeto de tres dimensiones. Pero si se miran los detalles o partes de la canoa dibujada, se ve que les cuesta mucho trabajo hacer la proyección tridimensional de estas. En esta situación se encuentran la mayoría de estudiantes, y aunque no necesitan explicar que se trata de una canoa, si necesitan explicar los detalles o partes de ella.

Son muy pocos los estudiantes que logran representar un objeto tridimensional como la canoa por medio de un dibujo plano. En esos casos se observa otra forma de representación que sí logra de manera general proyectar la dimensión del fondo hasta en los detalles. Lo característico de este tipo de representación es que el estudiante intuitivamente maneja simultáneamente los conceptos de paralelismo, perpendicularidad y oblicuidad aplicados a una figura. En esta representación, el dibujo no requiere de explicación para saber qué se está representando, incluyendo los detalles.



Existe otra forma de representar la dimensión del fondo de una figura, esta se hace por medio de tonalidades de colores o de sombras en el objeto, y se representa sobre todo en las figuras que son circulares o parcialmente cilíndricas. Esa representación apareció mucho después de los primeros dibujos de la canoa, cuando se estaba analizando la parte de la canoa que más influye en la estabilidad. Al identificar esa parte de la canoa se le dijo a los estudiantes que la dibujaran, muy pocos lograron hacer ver que se trataba de una figura con esa forma.



Gabriel Ovidio Yukuna 4°

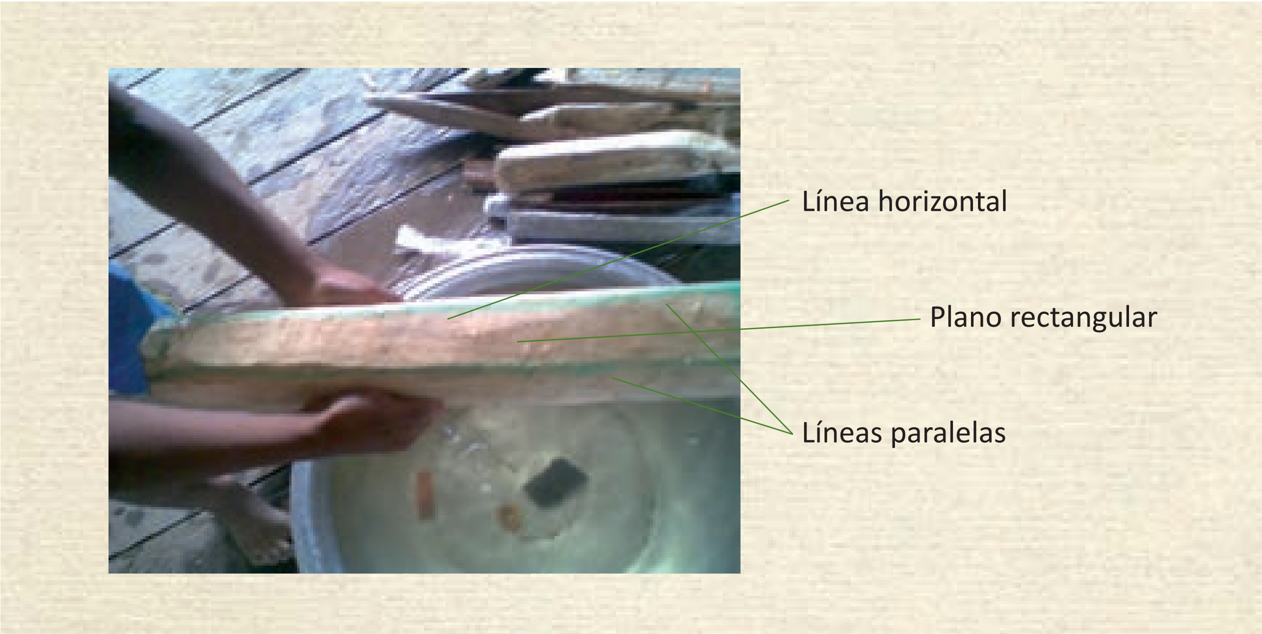
Exploraciones de los estudiantes

A cada ejercicio de exploración le corresponde un tipo de representación y unos conocimientos geométricos basados principalmente en aproximaciones a las propiedades de las líneas rectas y curvas. Recogiendo lo que los estudiantes dijeron en grupo:

Las primeras exploraciones dejan ver la fuente de la evocación de información visual y procedimental de las canoas que tienen en su memoria, bien conseguida por experiencia directa o por lo que han escuchado sobre ellas, o quizá porque es uno de los objetos de la cultura que los niños y niñas más utilizan como juguete (en los patios de las casas siempre se encuentran modelos de canoa hechos en balso). Se puede encontrar en todos los estudiantes, incluyendo las niñas, y al parecer es lo que conduce a que puedan reconstruir los pasos de la construcción de la canoa. Lo anterior también ofrece los fundamentos a las explicaciones sobre las causa de la estabilidad de la canoa.

Una segunda exploración es la reconstrucción de modelos de canoa prefijados. Existen prototipos que los estudiantes han incorporado en sus mentes y siempre que se habla de canoa ¡lo asociación con ese prototipo! A partir de él construyen gráfica o físicamente la canoa. Lo anterior se evidenció así: después de observar la canoa que trajo el docente, se les dijo a los estudiantes: dibujen la canoa con los detalles descritos. Entonces dibujaron nuevamente los modelos que habían hecho anteriormente con escasos cambios. Cuando se les pidió que la construyeran, los diseños se asemejaron en la mayoría de casos al modelo prefijado. Igualmente, para dar razón de la estabilidad de la canoa, acudieron a causas fijas que les bastaban para dar una explicación: el espinazo, la quilla, etc.

Una forma de exploración consistió en la construcción del objeto a partir de aproximaciones a las propiedades de las líneas rectas y curvas. Este es un bonito ejemplo de las primeras exploraciones de los estudiantes para representar gráficamente un objeto. En sus dibujos todos los estudiantes hacen referencia a las líneas sobresalientes de la canoa: horizontales, verticales, oblicuas, paralelas, perpendiculares (estas últimas solamente las nombran). En ellos se ve como la organización de estas líneas y su orientación en el plano de la hoja generan la idea del objeto que se está representando. Incluso, para la estabilidad de la canoa se muestran esas líneas en algunos dibujos: el espinazo. En el modelo físico se identifican en las líneas que forman el plano de la base de la canoa.

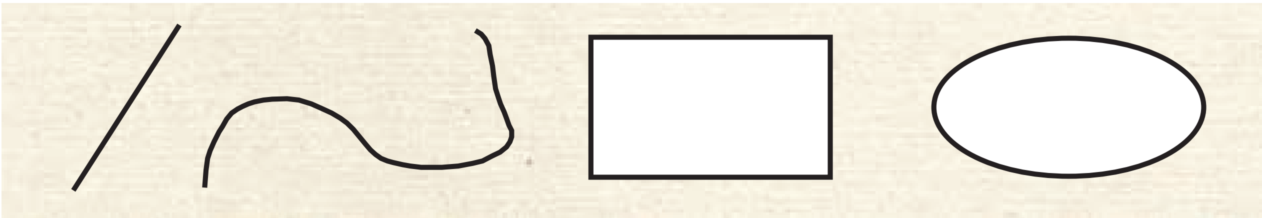


Exploraciones a través de la superposición de figuras geométricas, este es un nivel de exploración mucho más complejo para el estudiante, sin embargo varios construyeron gráfica o físicamente la canoa partiendo de esos bloques mayores. Por ejemplo, decían: la popa está compuesta por un triángulo, un rectángulo y un rombo, las bancas son rectángulos, los lados son superficies curvas, la popa es una triangulo, la base es como un plano, etc. Su tarea consistió en algo similar a un rompecabezas: ubicar las partes (figuras) hasta lograr el diseño de la canoa. En este caso un estudiante dijo que la figura de la estabilidad está en el plano que se forma (rectángulo) cuando se raspa por debajo.

Ideas y conjeturas construidas por los estudiantes

Para establecer las ideas de los estudiantes sobre geometría y estabilidad de la canoa se consideró que no era suficiente con las representaciones gráficas que realizaron. Fue necesario indagar por medio de preguntas sobre las ideas que tenían de las figuras geométricas y su influencia en la estabilidad de la canoa. Se estableció un dialogo entre el docente y los estudiantes para saber cómo los estudiantes estaban definiendo y clasificando las figuras geométricas a partir de sus descripciones de la canoa.

P: Cuando hablamos de figuras, ¿incluimos a las líneas?
E: (Unos “si”, otros “no”).
P: (A los que dicen “si”) ¿Por qué creen que las líneas son figuras?
E: Porque tienen forma.
E: (Los que dijeron “no” preguntan) ¿Qué forma tienen las líneas?
E: (Los que dijeron “no” respondieron:) Las curvas tienen forma de culebra, de mareas y forma torcida, y las rectas tienen forma de estantillos y forma horizontal, vertical, hasta inclinada.
E: (Los que dijeron “no” se quedan callados un rato y dicen:) No, figuras son por ejemplo: un triángulo, un circulo y un cuadrado.
P: Hasta el momento lo que se ha dicho es que todos tienen forma, no importa si se trata de líneas o cosas como círculos y triángulos. Miremos en qué se diferencian las líneas y las cosas como círculos, cuadrados y triángulos. (Se dibujan en el tablero.)

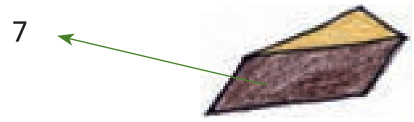


E: (Los que dijeron “si”). Una figura tiene una parte adentro y otra afuera, en cambio en las líneas no se puede saber eso. Adentro tienen espacio, eso es lo importante de una figura.
E: (Otro complementó y dijo) Si, si adentro tiene área y eso no lo tienen las líneas. También están formadas por líneas cerraditas (que se unen en los extremos).
P: ¿Qué dicen los que pensaron que las líneas son figuras?
E: ¡No perdimos del todo! porque las figuras están formadas por líneas.
P: ¿Todas las figuras son iguales?
E: Por supuesto que no.

P: ¿Cuál es la figura que más se conoce?
E: El cuadrado
P: ¿En qué parte de la canoa se observan cuadrados?
E: En la proa, en los bancos.
P: Para que una figura sea un cuadrado, ¿qué condiciones debe cumplir?
E: Son derechos, tienen medidas iguales, las orillas son iguales (lados).

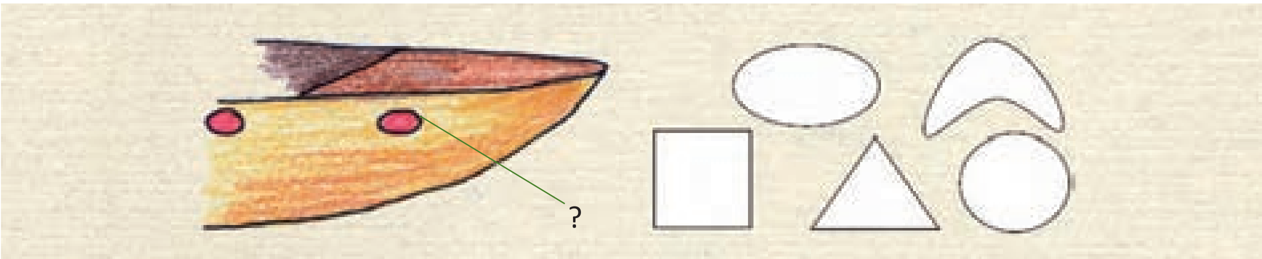
P: Las sillas de la canoa ¿qué figura son?
E: Rectángulos.
P: ¿Están seguros?
E: Si, si,..
P: ¿Qué condiciones debe cumplir una figura para que sea un rectángulo?
A: Es como una puerta, como esta tabla (señala la tabla de una pared), los lados son desiguales.
P: ¿Todos los lados son desiguales? Observen el ejemplo que colocaron de la tabla.
A: No, solo dos.
P: ¿Todos los bancos de la canoa son rectángulos?
E: Si
P: (Señala el banco que está cerca a la proa, y pregunta): ¿Qué figura es?
A: Parece un rectángulo.
E: (Otros). No, parece un triángulo.
P: (El profesor continúa con el banco del centro y pregunta) Este banco ¿qué forma tiene?
A: Un rectángulo.
P: Para saber si es un rectángulo ¿qué podemos hacer?

E: Hay que medir los lados.
Midieron los lados con regla y dijeron que la medida de los lados largos son casi iguales, por esa razón puede ser un rectángulo.
P: El profesor indicó una figura de la proa. ¿Qué figura es?



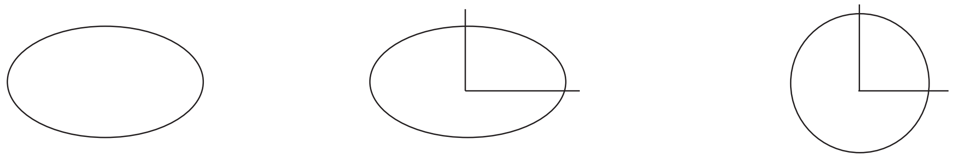
A: ¿Un rombo? ¿Un rectángulo?
P: ¿Qué diferencia hay entre un rombo y un rectángulo?
A: Los rombos tienen cuatro lados y los rectángulos cuatro lados.
P: Si ambas figuras tienen cuatro lados, entonces ¿en qué se diferencian?
A: En que el rectángulo tiene los lados más juntos que el rombo.
P: Y, ¿qué diferencia hay entre un rombo y un cuadrado?
A: En que el rombo tiene los lados recostaditos.

El docente en esta primera parte decidió que dejaba hasta ahí y que retomaría ese tema de las figuras en la parte de operatoria matemática, para desarrollar un estudio más formal.
P: Pasemos a otras figuras que se encuentran en la canoa, las circunferencias. ¿Qué es una circunferencia?
A: Es una bola, algo bien redondito
P: ¿Todo lo que está bien redondito es una circunferencia? o sea que, ¿todas estas figuras son circunferencias?



E: Si, todas son circunferencias -dice uno de los estudiantes.
P: ¿Todos están de acuerdo con lo que él dice?
E: Los círculos van torciditos y no en línea recta, por el camino no se tuercen hacia adentro.
P: Entonces, ¿qué figuras descartamos?
E: El cuadrado y el triángulo.
P: Las otras figuras, ¿si son circunferencias?
E: Son torciditas y alargaditas pero se meten hacia adentro mucho, no son circunferencias.
P: ¿Cuál es la figura que más se parece a una circunferencia?
E: La que parece una fruta de maraca

P: ¿Se puede decir que es una circunferencia?
E: No, está muy alargada hacia los lados.
P: (Le pide a los estudiantes que indiquen donde.)
E: (Señalan en la figura). La distancia de arriba es diferente a la del lado que es más larga.
P: ¿Qué hay que hacer para que sea una circunferencia?
E: Debe tener la distancia arriba y al lado que sea la misma. Toca recogerla hasta que la distancia más grande quede igual a la otra.



P: Esta figura ¿dónde aparece en la canoa?
E: En todas las partes donde se broquea.
P: ¿Qué figuras nos faltan reconocer en la canoa?
E: Umm
P: Veamos la parte de arriba de la canoa, solamente lo que corresponde al borde de la canoa, ¿qué forma tiene esa figura?
El profesor señala la figura que aparece, tal como se muestra en la figura anterior.

Vista desde arriba y de forma vertical

E: Parece: una hoja, un grillo, un ojo.
P: ¿Qué caracteriza a esta figura?
E: Termina en dos punticas, parece que está formada por dos líneas curvas.
P: Bueno, ¿qué otras figuras se observan en la canoa?
E: ¿Los lados? que son curvitos y forman como una canal. Son como cáscara de plátano abierta.
P: ¿Qué otras figuras?
E: No más, solo quedan las formas de las líneas: oblicuas, horizontales, verticales, paralelas y perpendiculares.
P: Dejemos hasta aquí, este tema lo retomamos más profundamente en la parte de la operatoria matemática.
Es necesario anotar que este diálogo exploratorio del docente no se realizó en un una sola clase, se trabajó durante varias jornadas.

Recogiendo este diálogo y los conocimientos previos de los estudiantes, tanto de la geometría de la canoa como de su estabilidad, se pueden proponer algunas conjeturas que los estudiantes plantean respecto a este problema. Ellos no las establecen ni plantean directamente de manera consciente pero si las aplican en el momento de conceptualizar y hacer construcciones. En relación con la parte geométrica se puede observar lo siguiente:

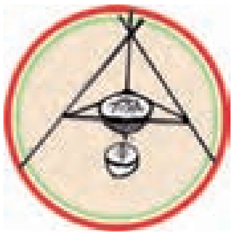
Primera conjetura: todas las figuras formadas por líneas rectas, por aproximación son rectángulos, triángulos o rombos. Por lo menos, en el caso de las figuras geométricas de la canoa eso se cumple para algunos estudiantes. Cuando los estudiantes observan la figura de la proa, que dentro de la clasificación normal es un cuadrilátero y en particular un trapecio, consideran que por aproximación puede ser más parecida a un triángulo. Igual con los bancos, que sometidos a medición serian trapecios pero por aproximación dicen que son rectángulos.

Segunda conjetura: todo par de líneas que localmente no se corten, mientras se extienden son paralelas. Esta es una de las causas por las cuales los estudiantes asumen fácilmente que los bancos son rectángulos: observan que mientras los lados están frente a frente, al extenderse no se cortan. También se reconoce la conjetura en los bordes superiores que dan el grosor de la canoa: puesto que en su extensión no se unen entonces son paralelos.

Tercera conjetura: tres trazos oblicuos sean curvos o rectos, al cortarse en el plano y al proyectar sus líneas paralelas, crean la sensación de una figura tridimensional. Esta conjetura que parece la menos obvia, es la que más utilizan casi todos los estudiantes. No la utilizan de manera consciente, pero se observa cuando hacen dibujos de objetos reales (en tres dimensiones). No la desarrollan de manera completa, pero cuando dibujan les permite comunicar que se trata de una canoa.

Cuarta conjetura: la estabilidad de la canoa depende de la base de la canoa: entre más plana más estable. Esta es la conjetura que les permite afirmar que la estabilidad se encuentra en la parte de debajo de la canoa, pues cuando dicen "es el espinazo", "es raspar la parte de abajo", "es que sea barrigona" están planteando la conjetura (argumentos que habían dado antes de ir a visitar al canoero).

Quinta conjetura: la estabilidad depende de la técnica y de la experiencia del canoero. Esta conjetura es la que tienen más presente los estudiantes, y es la que repiten con frecuencia cuando se les pregunta: cómo lograr que una canoa sea estable? También les permite explicar rápidamente y sin vacilar por qué una canoa es estable. Para la mayoría de los estudiantes esta condición es una razón suficiente que se apoya en su cultura.



Soluciones propuestas por los estudiantes

Las soluciones que dan los estudiantes respecto a las figuras geométricas que influyen en la estabilidad de la canoa son las mismas que se plantearon en los conocimientos previos. Adicionalmente, en el dialogo que tuvo el grupo con él canoero se observó que coinciden las respuestas de los estudiantes con las del canoero.

Estas son las soluciones que plantearon los estudiantes desde el inicio del proyecto, explicaciones para la estabilidad que prácticamente se mantuvieron durante todo el desarrollo del problema de estabilidad de la canoa:

- Debe rasparse por debajo y se arreglar a los lados
- Que el espinazo sea ancho
- Que sea de barriga ancha y que tenga quilla

Para lograr que estas soluciones no se limitaran a enunciados sin comprensión, se realizaron dos actividades: 1) diseño de una canoa y 2) experimentación de estabilidad de la canoa. Cada uno hizo su canoa y con el grupo completo se experimentó en el salón de clase. Para ello se utilizó un recipiente ancho, el cual se llenó de agua. La idea de que el experimento fuera con agua quieta, era evitar las corrientes y las pequeñas mareas del río. Para registrar las observaciones se elaboró una tabla donde se determinaba: 1) Las figuras, 2) la ubicación de la figura en la canoa, 3) su influencia en la estabilidad y 4) la explicación o causa de su influencia.

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA GEOMETRÍA DE UNA CANOA ESTABLE			
Figura	Ubicación	Influye	Explicación
Proa Triángulo Cuadrado Paralelogramo Trapecio	Parte delantera de la canoa.	No	En el experimento se vio que no afecta.
La popa Triángulo Trapecio	Parte trasera de la canoa.	No Sólo le deja entrar un poquito de agua a la canoa.	En el experimento se vio que no afecta.

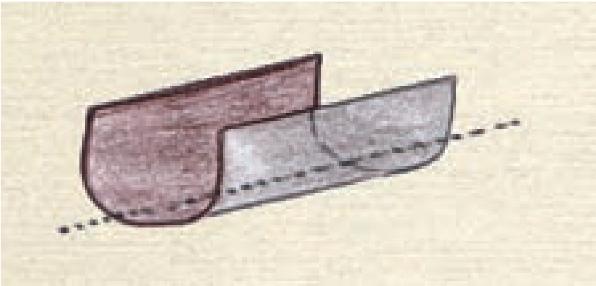
Los bancos Trapecios Rectángulo	A lo largo del cuerpo de la canoa.	No	La canoa con la que se hizo la prueba no tenía bancos y eso no afectó.
Cuerpo de la canoa Canal de la canoa Formada por las caras laterales de la canoa y la base.	A lo largo de la canoa, sin contar proa y popa.	Si Es la que más influye.	De acuerdo con el experimento se mantiene en equilibrio y estable por la simetría. Cuando se cortó por la mitad por la línea de simetría, se colocó en el agua y se ladeó completamente.
La base del bote Rectángulo	Parte de debajo de la canoa.	Si	Cuando se colocó la canoa con la base muy pequeña (casi como línea) frente una más ancha (rectangular) se vio que la de base pequeña se ladeaba fácilmente, a pesar de ser casi simétrica. Tiene que ser curva.

El procedimiento para la experimentación consistió en coger las canoas elaboradas, colocar una por una en el recipiente con agua y establecer si se mantenían estables. Después se les colocó peso hacia lo largo de la canoa y se aplicaron fuerzas laterales para sacarlas de su estado estable. El propósito de esta parte de la experimentación era observar cuál era la canoa que lograba mantenerse más estable. Esa observación permitió plantear la siguiente pregunta. ¿Cuál de las partes de la canoa es la que más influye en la estabilidad de la canoa?

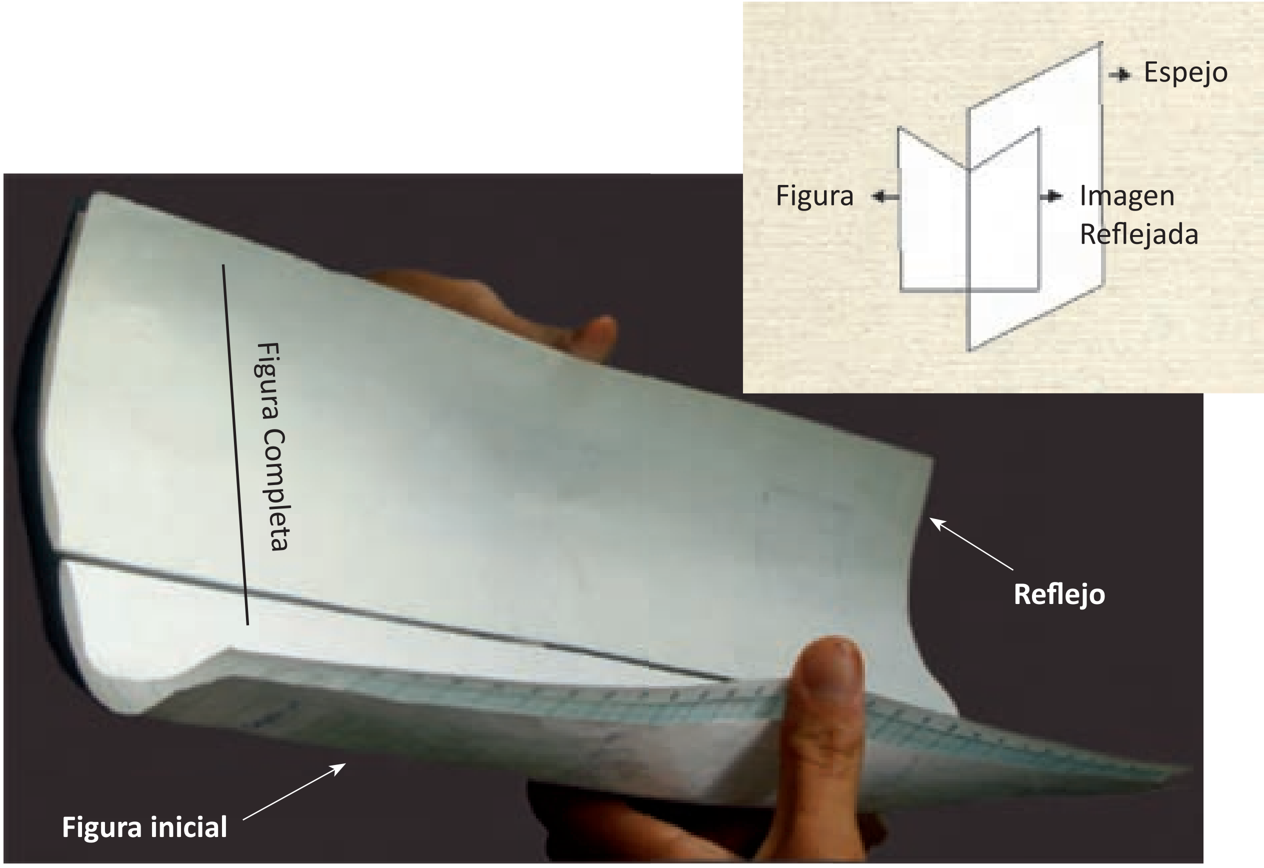
Fue en este momento cuando el docente pensó: se necesita una tabla donde se registre la información de todas las observaciones y conclusiones que se van dando en la experimentación. Continuando con el procedimiento se dividió a la canoa en cuatro partes: la proa, la popa, el cuerpo y la base de la canoa. Se cogieron las canoas (los modelos en escala hechos por los niños) y se les quitaron una por una las partes definidas; cada canoa quedaba sin esa parte y se ponía en el recipiente con agua. La tarea de los estudiantes era observar y explicar qué estaba pasado y dejar la observación registrada en la tabla.

Todas las partes se pusieron a prueba y una a una mostraba su influencia en el experimento de estabilidad. Pero cuando se llegó a la parte del cuerpo de la canoa sucedió algo interesante, el cuerpo de la canoa como figura no se había estudiado de manera formal. Entonces, se distribuyeron hojas de papel milimetrado a los estudiantes para que la dibujaran. Como muestra se dejó solamente el cuerpo de la canoa colgado para que pudieran mirarlo detenidamente.

Una vez dibujada, se inició el estudio del comportamiento de esa forma geométrica dentro del agua para averiguar su importancia en la estabilidad de la canoa. Para identificar las características geométricas más importantes de esa figura se realizó un dialogo con los estudiantes.
El dialogo fue el siguiente:



P: ¿Qué forma tiene esa figura?
E: Parece como una canal, son lados curvos, es como la mitad de un tubo.
P: ¿Qué otras características se observan en la figura?
E: Umm.
P: Vamos a meter esta parte en el agua, apliquen una fuerza a un lado por un momento y observen bien que pasa
E: Vuelve a regresar rápidamente a su estabilidad anterior.
P: ¿Qué tiene de particular esta figura que hace posible que se estabilice nuevamente?
E: Debe ser por lo redonda.
P: Tracemos una línea recta por el centro de la figura hacia lo alargado de ésta. ¿Qué observan de la figura?
E: Queda dividida en dos partes
P: ¿Cómo son esas partes?
E: Umm
P: Voy a dibujar una figura en el tablero y en uno de sus lados voy colocar un espejo, deben decirme qué es lo que observan.



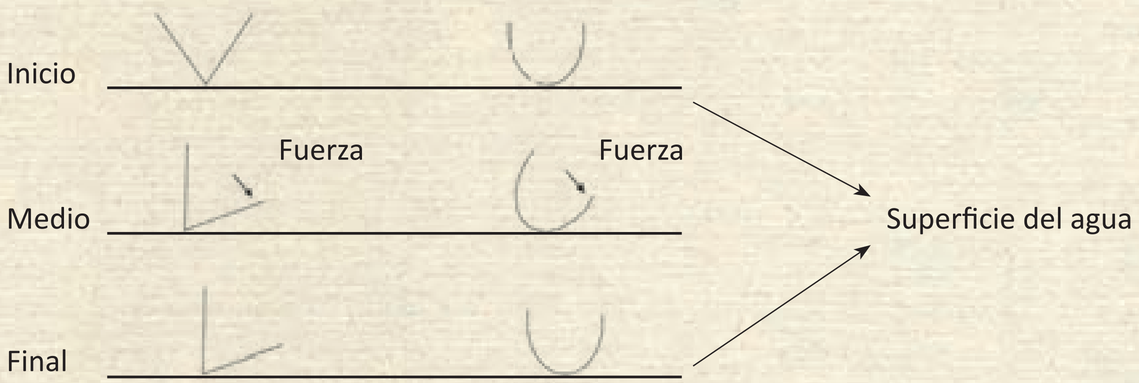
E: La imagen se refleja en el espejo.
P: Cuando eso pasa en una figura en la que se traza una línea por la mitad, se dice que ¿la figura es?
A: Igual al otro lado
P: Si colocamos el espejo en la línea trazada en el cuerpo de la canoa ¿sucede lo mismo?
A: Si
P: Entonces, ¿cómo son las partes?
A: Iguales.
P: ¿Cómo se le dice en matemáticas a la figura cuando eso pasa?
A: Umm
P: Es todo lo que han dicho ustedes, pero eso los matemáticos lo resumen en una palabra, dicen: la figura es simétrica.
A: La simetría es la que hace que la canoa sea estable.
P: Seria bueno probar con otras figuras, cojamos unas de las canoas y desbastémosla en los lados hasta dejar una canal triangular a ver qué pasa cuando la metemos al agua.

La siguiente figura muestra de manera exagerada la simetría que se logró cuando se desbastó y se ubica como muestra el dibujo.

Después de ponerla sobre el agua, la canoa se volteó hacia un lado y no regresó a su posición inicial

E: Se ladeó!!! y no volvió a pararse.

P: Cojamos la figura que forma la canal en cada canoa y analicemos un poco por qué sucede esto. Saquémosla de su estado estable aplicando una fuerza lateral.



P: ¿Por qué la figura de la derecha se regresa y la de la izquierda no se regresa?
A: Porque no es plana por debajo, porque el espinazo es muy delgado (como línea), porque solo un puntico está en contacto con el agua, porque no es barrigona.
P: Además de ser simétrica, ¿qué se necesita para que mejore la estabilidad?
A: Que las caras sean de forma curva.
P: ¿Además de eso qué más puede influir?
A: Que sea plana en la parte de abajo.
P: Menos mal tenemos dos canoas con bases planas, una con una base más grande que la otra. Hagamos la misma experiencia de antes y observemos qué pasa.

E: Entre más plano es más difícil desestabilizarla
P: Pero, también entre más plana sea una canoa menor va a ser su velocidad.

P: Bueno, de todo esto que observamos ¿qué podemos concluir?
E:

- Las canoas con lados curvos son más estables
- Las canoas que son simétricas son más estables, que es cuando se parte la figura por la mitad y quedan dos partes iguales.
- Entre más plana sea la base de la canoa más estable es.
- Entre más grande sea el plano de abajo de la canoa, menor es su velocidad.
- La proa y la popa sirven para cortar el agua en el desplazamiento y evitar que le entre agua por delante y detrás a la canoa.

Argumentación de las soluciones

No aparecen explicaciones para la estabilidad de la canoa en las soluciones dadas por los estudiantes basados en razonamientos lógicos formales. Por eso en la columna de explicación de la tabla anterior, que pregunta por la causa de la estabilidad y la forma en que influyen las figuras geométricas, no responden en términos lógicos, ni mucho menos establecen relaciones entre variables definidas en la canoa.

Tampoco utilizan analogías que les ayuden a comparar con cosas que tengan comportamientos parecidos, como por ejemplo, el balanceo de una balanza. Los niveles de argumentación (normales para la edad y los grados escolares) que se dan para la estabilidad son debidos a que los conceptos matemáticos que ayudan a explicar este tipo de problemas de manera lógica, implican conocimientos geométricos y físicos propios de la secundaria. Sin embargo lo anterior no impide que los estudiantes puedan tener sus argumentaciones, esto se muestra a continuación.

Depende del canoero y de la técnica. Esta argumentación está basada en la autoridad que culturalmente se le reconoce a los especialistas en canoas. Incluso los estudiantes que más se aproximan a las explicaciones lógicas, consideran que en la canoa lo que influye es la técnica y el canoero. Sin embargo la palabra técnica es un término un poco misterioso, se asume que es algo que el canoero sabe y que le atribuye esa cualidad a la canoa. La técnica tiene que ver en parte con la experiencia del canoero, el proceso de construcción, las formas y la medida, pero que va más allá de las formas físicas.

La experiencia siempre ha mostrado que es de esa manera. Este es un planteamiento que para los estudiantes es muy normal en su vida cotidiana, pues la canoa es el medio más usual de transporte en las comunidades. Los niños en su diario vivir están montando en canoa y tienen experiencia directa de la estabilidad o no de éstas. Por eso consideran que lo más normal para que una canoa sea estable, es que se sostenga sobre el espinazo, sobre la barriga, por el raspado de abajo. Fue así, es así y así seguirá siendo, punto, porque eso es lo que muestra la experiencia.

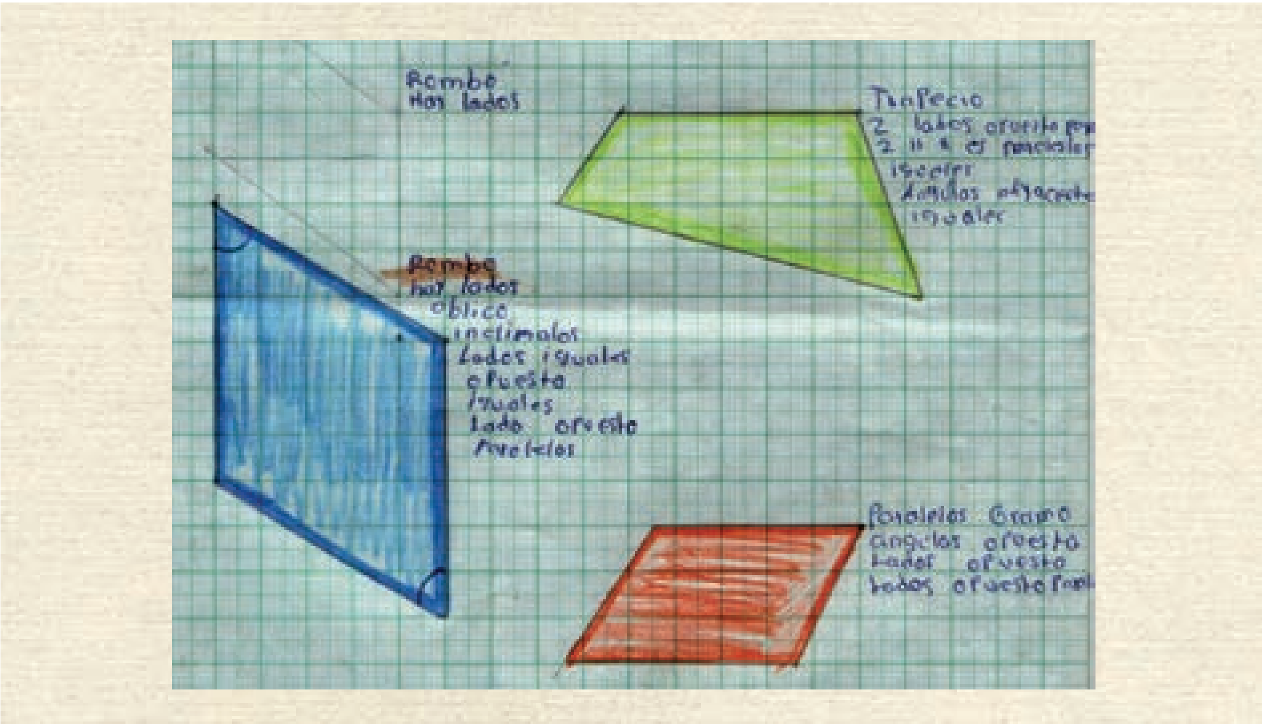
El experimento lo confirma: En la tabla, la columna de las explicaciones muestra que los estudiantes cuando observan que el experimento confirma un comportamiento, en este caso la estabilidad de la canoa en el río y en el platón con agua, simplemente dicen: en el experimento se vio. Para los estudiantes, este hecho es suficiente como explicación, por eso en la parte experimental se registró casi siempre en la columna de explicaciones: en el experimento se vio.

ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA

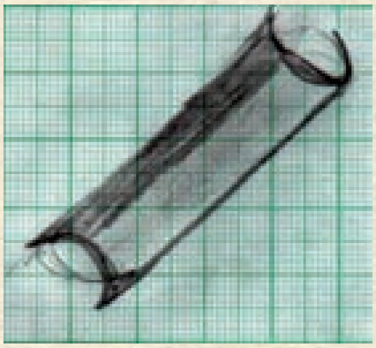
A nivel cognitivo

Las clasificaciones de las figuras hasta el momento, no pasan de ser clasificaciones según figuras individuales y no por categorías más amplias que reúnan varias figuras en un grupo con una característica común. Es decir, las clasificaciones por rectángulo, cuadrado, rombo no son agrupadas de forma general, por ejemplo como cuadriláteros, o figuras de cuatro lados. Sin embargo la clasificación de los estudiantes es suficiente para abordar un problema geométrico como el de la canoa y solucionarlo de manera práctica con estos conocimientos.

Las descripciones de las figuras geométricas en la mayoría de niños están en el nivel de descripciones globales, no establecen por si solos las condiciones que caracterizan las figuras, sean por lados, ángulos, paralelismo o perpendicularidad. Cuando se construyen en grupo y con el acompañamiento del docente parece que entienden las condiciones y el concepto que caracteriza la figura, pero no sucede lo mismo cuando tienen que construirla utilizando regla, transportador y compás, tienen especial dificultad con los rombos, trapecios, círculos y figuras tridimensionales.



Las representaciones gráficas de objetos de tres dimensiones muestran tres etapas: las que no construyen la dimensión del fondo, las que la construyen de manera global pero la se pierden en los detalles, y las que la construyen tanto en lo global como en los detalles. También se encuentran estudiantes que construyen la dimensión del fondo utilizando las tonalidades y las sombras sobre los objetos.



Johana Yukuna 5°

En la práctica logran hacer diseños que conservan las condiciones de estabilidad de una canoa, basados especialmente en los modelos idealizados que tienen de las canoas. Sin embargo en las construcciones pasan por alto la influencia de las dimensiones de la canoa: largo, alto y ancho y no logran establecer relaciones entre estas dimensiones. Es decir el estudio de la canoa se queda en el nivel práctico, cuando lo asumen de manera individual, pero con acompañamiento del docente y en un ambiente de aprendizaje adecuado, logran descubrir condiciones básicas de estabilidad que conocen por experiencia o porque tienen esa información.

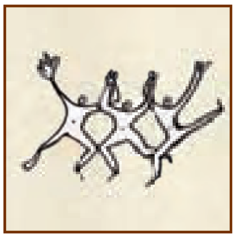
A nivel actitudinal

Se pudo apreciar gran disposición y deseo de aprender conceptos nuevos, evidenciados en explicaciones y conjeturas verbales, escritas o de manera gráfica. Esto fue evidente cuando el docente les enseñaba a construir figuras con la regla y el transportador teniendo en cuenta determinadas condiciones. También lograban importantes niveles de concentración al extraer conclusiones y hacerlas explicitas en el tablero, de donde siempre las anotaron.

El diseño de los objetos físicos despertó altos niveles de interés, caso particular de la canoa. Sin embargo si no se orienta bien la actividad, fácilmente la asumen como trabajo puramente manual y se pierde la intención de construir conceptos matemáticos, planear y realizar medidas para encontrar regularidades en las construcciones y en el comportamiento de los objetos.

Se evidenció interés por comparar lo que elaboran gráficamente, lo que físicamente están copiando o representando. Esto fue muy evidente cuando se propuso que compararan sus dibujos con la canoa real y determinaran los detalles que habían pasado por alto. Esta actividad les pareció muy divertida e ilustrativa a los estudiantes, pues entre lo que hacen y lo que se ve en realidad hay muchas diferencias, por ejemplo cuando muchos dibujaron al rombo como un triángulo y lo ubicaron a su manera en el dibujo.

El trabajo de los estudiantes tiende a ser por lo general individual, solo se reúnen en grupo en los momentos de socialización o porque la actividad lo propone, no por iniciativa propia. También falta más disposición para que planteen preguntas en los diálogos con la comunidad, o en los diálogos de clase, los diálogos se reducen al docente preguntado y estudiante respondiendo. Aunque se sabe que culturalmente el estudiante escucha, también es bueno que en la escuela el estudiante presente, comunique y argumente sus ideas.



A nivel de la dinámica escolar

El desarrollo de la clase estuvo centrado en comprender los conocimientos previos de los estudiantes y en lograr que ellos evidenciaran y mejoraran sus conceptos geométricos teniendo como pretexto la geometría de la canoa. Además se buscó que tuviera sentido desde el punto de vista geométrico buscar y dar explicaciones sobre la estabilidad de la canoa. Con la aclaración de que sus conocimientos previos tienen su origen en información que escuchan de sus comunidades.

La dinámica de la clase se organizó teniendo en cuenta la identificación de los conocimientos previos de los estudiantes. En el desarrollo de la problemática se visitó al canoero para verificar y ampliar el procedimiento de construcción de la canoa, para entender la estructura geométrica de la canoa, su construcción y diseño tanto gráfica como materialmente y por último se hizo el ejercicio experimental para corroborar conjeturas e ideas de los estudiantes.

La participación del docente consistió en problematizar a los estudiantes todo el tiempo por medio de preguntas y de la creación de situaciones en donde el estudiante tenía que construir, experimentar, observar y reflexionar. En otros momentos, cuando consideraba necesario detenerse, lo cual se hacía para poder profundizar en un punto donde veía que los estudiantes necesitan tener mayor claridad y conocimientos. El caso más notorio fue el de las definiciones y la construcción de las figuras geométricas.

Se logró un buen registro general de las ideas y trabajos desarrollados por los estudiantes, pero faltó hacer un seguimiento más detallado estudiante por estudiante, en donde se especifique cómo evolucionó cada uno en la problemática. Además en temas que son de mucha conceptualización (caso de la estabilidad) se necesita llevar el material adecuado y preparar bien la actividad, de lo contrario se improvisa y se pierde la posibilidad de construir conocimiento significativo con los estudiantes.

APORTES DE LA SISTEMATIZACIÓN

Ideas de operatoria matemática:

1) Identifique todas las líneas rectas y curvas que se encuentran en la canoa, estableciendo cuáles son verticales, horizontales y oblicuas.

2) Identifique en qué parte de la canoa se pueden encontrar líneas paralelas y líneas perpendiculares.

3) Identifique las figuras geométricas y clasifíquelas por el número de sus lados.

4) Describa las figuras estableciendo las condiciones que debe cumplir para dar una definición.

5) En una canoa de madera pinte de un color las superficies planas y de otro las superficies curvas. Ahora dibuje la canoa y realice la misma actividad.

6) Complete la siguiente tabla teniendo como referente las medidas de una canoa real. Para esta actividad divida la canoa en cuatro partes: proa, cuerpo, popa y base. En cada parte identifique las figuras y halle lo que pide la tabla.

Parte y figura	Lado	Altura	Perímetro	Área

Ejercicios:

Para los ejercicios del uno al cuatro tenga en cuenta el dibujo.

1) Si los tres bancos de la canoa tienen la misma longitud del lado que va en dirección del largo de la canoa ¿cuál es la longitud que ocupan los tres bancos si el valor del lado es de 15cm?

2) Si la canoa tiene una longitud de 7m, ¿qué espacio queda sin ocupar por los barcos a lo largo de la canoa?

3) ¿Cuál es la longitud de la proa si el triángulo que la forma tiene una altura de 12cm, la proyección vertical del cuadrado tiene una longitud de 4cm y la altura del trapecio es de 25cm?

4) Si la altura del triángulo que forma la popa es de 20cm, utilizando los datos de los ejercicios anteriores, calcule el valor del espacio longitudinal (largo de la canoa) que queda sin ser ocupado por formas geométricas.

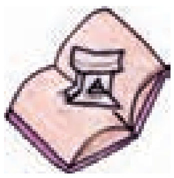
5) Si en un tronco de radio de 21cm se le corta la tercera parte para hacer la mesa, ¿cuál puede ser la altura máxima de la canoa?

REFLEXIONES Y PERSPECTIVAS

La aventura vivida durante la construcción del libro de sistematización de experiencias de aula en el núcleo temático de etnomatemáticas debe ser un motivo para continuar explorando y disfrutando de esta experiencia de conocimiento pedagógico. Experiencia que inicia en el momento mismo que el docente se propone entender y asumir la función social y política de la escuela comunitaria, su modelo pedagógico y los roles que debe incorporar para llegar a ser un investigador pedagógico. La reflexión es una exaltación al trabajo y al optimismo, ya que como muestra el libro, fue posible llegar al nivel del observador sistemático, del observador que quiere ir más allá de las apariencias y de las primeras impresiones. Precisamente, el libro como primera aproximación de sistematización de experiencias, es una demostración de que el esfuerzo y la voluntad puesta por los docentes valieron la pena.

Para seguir con el entusiasmo que produjo la construcción del libro, vale la pena resaltar la expresión permanente manifestaba por uno de los docentes que se entregaba cognitiva, emocional y físicamente a la solución de los problemas, él decía: "No hay placer más grande que el que produce poder encontrar todas las soluciones posibles de un problema". Esta expresión por sí misma es una invitación para que los docentes no se nieguen el placer de resolver problemas y el pacer que produce explorar y comprender el pensamiento de los estudiantes cuando estos resuelven problemas. Por esta vía, docente sentirá que está contribuyendo a la formación del pensamiento matemático de los estudiantes y que esta formación posibilita que ellos tengan confianza cuando abordan un problema y mientras desarrollan sus razonamientos.

Además de la emoción y el compromiso político, cultural y pedagógico, el docente debe responsabilizarse por su cualificación y debe apropiarse de los conocimientos básicos que se necesitan para comprender profesionalmente lo que sucede en el espacio de clase. Esto implica esforzarse en lograr ser un observador sistemático, en comprender y asumir en las clases los momentos del proceso de construcción del conocimiento significativo y



en volverse hábil en el uso de las herramientas de sistematización. Si no se pone seriedad a esta práctica o no se hace de ella un habito o una rutina creativa de trabajo, la propuesta no tendrá sentido. Es importante que se asuma este libro como un material de estudio pedagógico técnico, que requiere de esfuerzo y de estudio, de leerlo muchas veces sin desanimarse para entender su riqueza y ampliarla.

El libro quedó como un documento técnico de estudio, lo cual no gusta mucho; por eso un deseo sería tener la oportunidad de estructurarlo de manera más lúdica, tal como se propone en uno de los criterios de la sistematización. Pero siendo un poco más realistas, una tarea que es realizable a corto plazo y que tiene que ver con la aplicación del libro, es ampliarlo con la sistematización de experiencias en los ejes temáticos que faltaron: números, medidas y geometría. Para lograr lo anterior es importante tener en cuenta que faltaron prácticamente todas las fichas técnicas por eje temático, solo se construyó la de geometría. Estas fichas hay que construirlas porque especifican lo que hay que observar en cada eje, lo cual permite centrar la atención del docente y ser más detallo en la observación. Como ya se anotó para construir estas fichas, el docente se puede apoyar en libros de matemáticas, en investigaciones sobre desarrollo cognitivo en matemáticas y en los lineamientos del MEN.

A manera de síntesis, el camino que el docente debe recorrer para manejar el modelo pedagógico propuesto, lo lleva a tomar el rol de un investigador social-educativo, seguir la disciplina de un observador sistemático, y conseguir la habilidad de organizar la información utilizando las tablas técnicas de registro y análisis. Una vez que entienda la lógica y su importancia para mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, ¡la debe poner en práctica en los espacios escolares! En el espacio de clase hay que asumir una posición crítica, lo que significa que no sólo debe estar concentrado en el uso de las herramientas construidas (fichas o tablas), sino también debe estar alerta para ver si estas herramientas funcionan realmente. La meta es tener en el periodo de un año muchas experiencias sistematizadas y una evaluación sobre si las herramientas construidas funcionaron.

BIBLIOGRAFIA

Alcaldía Mayor de Bogotá IDEP (2005). Proyecto innovación e investigación de las matemáticas en el aula.

Coto, A. (2006). Entrenamiento mental. Madrid: Edaf.

Barrow, J. (1997). ¿Por qué el mundo es matemático? Barcelona: Grijalbo.

Bruner, J. (1990). Acts of Meaning. Cambridge. MA: Harvard University Press.

Gardner, M. (1987). Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas. Barcelona: editorial Labor.

Geertz, C. (1973). La interpretación de las culturas. Gedisa, Buenos Aires.

Itzcovich, H. (2007). La matemática escolar: prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires: Aique educación.

Lerner, D. (2007). La matemática en la escuela. Buenos Aires: Aique didáctica.

Rodríguez, G. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga: Aljibe.

Smith, L. (1992). Jean Piaget. Evaluation Critical. 4 vols. London: Routledge.

Vidal, F. (1994). Piaget antes de Piaget. Cambridge. MA: Harvard University Press.

Tamayo, A. (1999). Como identificar formas de enseñanza. Bogotá, D.C: Cooperativa Editorial Magisterio.